

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –
УЧЕБНО-НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ КОМПЛЕКС»

Матюхин С. И., Козил З. Ж., Ромашин С. Н.

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ
ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ**

Орел 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	6
1 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ И КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ	10
1.1 Излучательная рекомбинация в полупроводниках.....	10
1.2 Инжекционные полупроводниковые лазеры.....	15
1.3 Основные характеристики инжекционных лазеров.....	20
1.4 Конструктивные особенности инжекционных AlGaAs ДГС лазеров с раздельным ограничением.....	29
2 ВОЗМОЖНОСТИ ПАКЕТА ПРОГРАММ ПРИБОРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ SENTAURUS TCAD КОМПАНИИ SYNOPSYS. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДГС ЛАЗЕРА.....	43
2.1 Структура и возможности пакета программ приборно- технологического моделирования Sentaurus TCAD компании Synopsys.....	44
2.2 Математическая модель ДГС лазера.....	46
2.2.1 Система фундаментальных уравнений.....	46
2.2.2 Модель квантовой ямы.....	53
2.2.3 Расчётная схема. Методы определения длины волны и мощности излучения.....	55
2.2.4 Определение дальнего поля.....	57
3 МЕТОДИКА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДГС ЛАЗЕРОВ.....	60
3.1 Последовательность решения задач при имитационном моделировании полупроводниковых лазеров	60
3.2 Особенности работы программы Dessis при моделировании полупроводниковых лазеров	62
3.3 Синтаксис командного файла Dessis	65
3.3.1 Командный файл Dessis при имитационном моделировании полупроводникового лазера с использованием	

простой сетки.....	66
3.3.2 Командный файл Dessis при имитационном моделировании полупроводникового лазера с использованием двойной сетки	72
3.4 Вывод результатов моделирования	77
3.4.1 Вывод результатов моделирования при помощи программы Inspect	77
3.4.2 Вывод результатов моделирования при помощи программы Tecplot-ISE	78
Заключение.....	80
Список использованных источников.....	82

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время полупроводниковые лазеры находят применение в устройствах чтения и записи компакт-дисков (CD, DVD), телекоммуникации, в системах прецизионного измерения перемещений и спектроскопии высокого разрешения, для накачки твердотельных лазеров, а также в областях, связанных с обработкой материалов (резка, микросварка), и медицине (лазерная хирургия, дерматология). Мощность излучения одиночных лазеров может достигать 5 – 10 Вт, а специально разработанных лазерных модулей – 100 Вт в квазинепрерывном режиме при КПД 45 – 65 %. При этом долговечность полупроводниковых лазеров измеряется миллионами часов.

Для работы полупроводниковых лазеров необходим очень высокий уровень возбуждения электронной подсистемы, который можно создать с помощью оптической накачки, возбуждением пучком быстрых электронов или других заряженных частиц, ударной ионизацией и т.д. Однако наиболее удобным и экономичным способом возбуждения полупроводников является инжекция неравновесных носителей заряда с помощью *p-n*-перехода.

Впервые идея получения лазерного излучения при помощи инжекции носителей заряда через *p-n*-переходы была высказана в 1961 г., в работе [1] Н.Г. Басова, О.Н. Крохина и Ю.М. Попова. А уже в 1962 г. появились сообщения [2 – 5] о первых инжекционных лазерах, изготовленных на основе GaAs.

В первых инжекционных лазерах для достижения лазерной генерации при комнатной температуре необходима была плотность тока порядка 50 кА/см². Чтобы понизить эту плотность, нужно создавать условия для наиболее благоприятного взаимодействия возбужденной до состояния инверсной населенности электронной подсистемы полупроводника с оптической. Для этого надо локализовать электронное возбуждение в возможно более тонком слое полупроводника, в котором квантовый выход люминесценции наиболее высок. С этой целью было предложено использовать гетеропереходы [1, 6, 7], которые, в дополнение ко всему, позволяют управлять еще и направлением инжекции.

Лазеры с односторонней гетероструктурой [8, 9] действительно имели в несколько раз меньшую пороговую плотность тока по сравнению с обычными p - n -переходами (порядка 8 кА/см^2). Понижению этой плотности способствовал и дополнительный скачок показателя преломления на гетерогранице, который ограничивал проникновение световой волны в пассивную область структуры и тем самым усиливал взаимодействие этой волны с электронной подсистемой и уменьшал ее поглощение в пассивной области. Еще более сильного снижения пороговой плотности тока удалось добиться в двойных гетероструктурах (ДГС).

В этих структурах гетеропереходы одновременно локализуют и электронное, и оптическое возбуждение в тонком активном слое, благодаря чему для достижения инверсной населенности не требуется сильно легировать этот слой, так как эффективная рекомбинация в нем осуществляется за счет двойной инжекции. При этом, как показывают теория и эксперимент, плотность тока, необходимая для получения лазерной генерации, уменьшается с уменьшением толщины активного слоя.

Успехи в технологии выращивания структур с тонкими слоями позволили осуществить режим непрерывной генерации при комнатной температуре на лазерах с двойной гетероструктурой $\text{AlGaAs/GaAs/AlGaAs}$ [10 – 12]. При этом минимальная пороговая плотность тока (порядка $0,5 \text{ кА/см}^2$) достигается в таких лазерах при толщине активного слоя порядка $0,1 \text{ мкм}$.

При дальнейшем сужении активной области выход излучения за пределы оптического волновода уменьшает эффективность взаимодействия оптической волны с электронным возбуждением (коэффициент оптического ограничения) и пороговая плотность тока начинает возрастать. Для преодоления этих ограничений в современных лазерах создаются более сложные структуры [13 – 23], примером которых являются структуры с отдельным ограничением (SCH – separate confinement heterostructure), впервые описанные в работе [24].

В таких структурах электронное возбуждение локализовано в наиболее узкозонной части – квантовой яме, ширина которой может достигать не-

скольких десятков ангстрем, а волноводом служит область шириной порядка 1 мкм, ограниченная с двух сторон двумя наиболее широкозонными слоями. Такое раздельное ограничение электронного и оптического возбуждения позволяет снизить пороговую плотность тока до $0,1 \text{ кА/см}^2$ [25 – 28]. При этом для дальнейшего уменьшения пороговой плотности тока в волноводной области структуры можно расположить не одну, а несколько квантовых ям [29], а для улучшения характеристик SCH-лазеров можно использовать структуры, в которых в области оптического ограничения создается градиент показателя преломления [30 – 32], а также гетероструктуры, полученные на основе новых материалов [33 – 54].

Указанные подходы к решению проблемы понижения пороговой плотности тока требуют проведения дальнейших теоретических исследований и выполнения экспериментальных работ по изучению лазерной генерации. Однако попытки экспериментального решения этой проблемы связаны с серьёзными затратами времени и средств, а теоретические исследования неизбежно упираются в необходимость использования упрощенных математических моделей в силу большого числа параметров задачи и многообразия взаимосвязанных явлений и процессов, которые протекают в реальных приборах. Всех этих недостатков лишены компьютерные методы решения проблемы, основанные на имитационном моделировании полупроводниковых лазеров с использованием современных специализированных программных пакетов приборно-технологического моделирования (TCAD), одним из которых является пакет Setaurus TCAD компании Synopsys.

В настоящей монографии рассмотрены основные особенности использования этого программного продукта для имитационного моделирования полупроводниковых ДГС лазеров.

В первой главе монографии рассмотрены физические принципы работы и конструктивные особенности инжекционных AlGaAs ДГС лазеров с раздельным ограничением. Сделан аналитический обзор современного состояния проблемы их оптимизации и намечены пути её решения.

Во второй главе описаны возможности пакета программ приборно-технологического моделирования Sentaurus TCAD компании Synopsys, и рассмотрена математическая модель AlGaAs лазера, позволяющая выполнить имитационное моделирование его характеристик.

В третьей главе изложена последовательность решения задач и методика имитационного моделирования ДГС лазеров. Представлены и подробно разобраны примеры исполняемых файлов, предназначенных для моделирования лазеров в пакете Sentaurus TCAD, описаны методы вывода и визуализации результатов моделирования.

В заключении произведена оценка научной и практической значимости компьютерных методов исследования физических процессов и рассмотрены перспективы их практического использования для решения проблемы оптимизации конструкции и понижения пороговой плотности тока современных полупроводниковых лазеров.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (ГК № П2514).

1 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ И КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ

1.1 Излучательная рекомбинация в полупроводниках

В основе работы любых полупроводниковых лазеров лежат процессы излучательной рекомбинации [55 – 59], которые являются процессами, обратными поглощению. При рекомбинации электрон, занимающий состояние с высокой энергией, переходит в незаполненное состояние с более низкой энергией; при этом вся или большая часть высвобождаемой энергии может выделяться в виде кванта электромагнитного излучения. Рекомбинация электронов и дырок, в результате которой испускаются такие кванты, и называется излучательной.

Само явление испускания излучения возбужденным каким-либо способом веществом называют люминесценцией. Каналы рекомбинации, при которых кванты электромагнитного излучения не возбуждаются, называют безызлучательными.

Оптические переходы в полупроводниках (как поглощение, так и люминесценция) существенно зависят от зонной структуры полупроводников и в первую очередь от того, являются ли они прямозонными или непрямозонными [58, 59]. Поскольку при испускании и поглощении света должны выполняться законы сохранения энергии и импульса, оптические переходы без участия третьей частицы возможны только в прямозонных полупроводниках (например, в GaAs). В непрямозонных полупроводниках (Ge, Si, GaP) оптические переходы без участия третьей частицы, в роли которой могут выступать фононы или атомы примесей, невозможны.

Основные каналы излучательной рекомбинации в полупроводниках показаны на рисунке 1.1, где E_C и E_V – энергии, соответственно, дна зоны проводимости и потолка валентной зоны, E_g – ширина запрещенной зоны полупроводника, E_d и E_a – энергии донорных и акцепторных примесных уровней. Люминесценция может возникать при рекомбинации свободных элек-

тронов и дырок в результате межзонных переходов (канал 1 на рисунке 1.1), при рекомбинации свободного и связанного на примеси носителя в результате переходов зона-примесь и примесь-зона (каналы 2 и 3), а также при переходах электронов между примесями (излучательная рекомбинация на донорно-акцепторных парах, канал 4). Кроме того, возможна экситонная рекомбинация, при которой электрон и дырка, связанные кулоновским взаимодействием, могут двигаться в кристалле как единое целое (свободный экситон) или быть локализованными на каком-нибудь потенциале (связанный экситон).

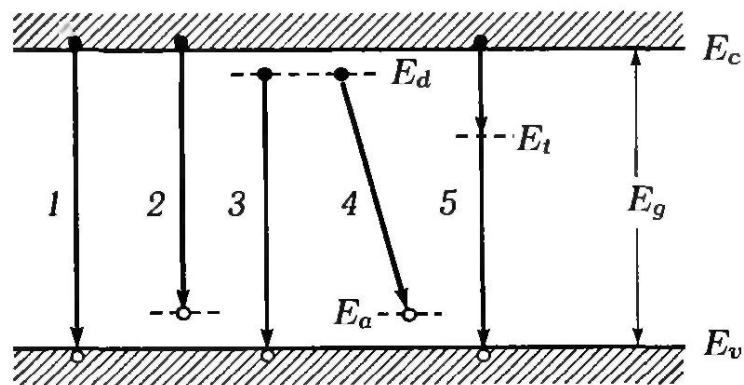


Рисунок 1.1 – Каналы излучательной (1 – 4) и безызлучательной (5) рекомбинации в полупроводнике: 1 – переходы зона-зона, 2 – переходы зона-акцептор, 3 – переходы донор-зона, 4 – переходы между донорами и акцепторами, 5 – рекомбинация через глубокие примесные уровни

В реальных кристаллах с излучательной рекомбинацией всегда конкурирует безызлучательная рекомбинация (канал 5), которая обычно идет через глубокие уровни E_t в запрещенной зоне. Хотя, возможны и другие механизмы безызлучательной рекомбинации (например, Оже-рекомбинация [55 – 59]).

Так как в любом веществе в состоянии термодинамического равновесия темпы испускания и поглощения квантов света с заданной энергией в точности равны (принцип детального равновесия), спектры излучательной рекомбинации могут быть рассчитаны на основании данных об оптическом

поглощении. В частности, темпы излучательной рекомбинации в полупроводнике в условиях равновесия описываются уравнением [60]:

$$R_0(\omega) = \frac{\omega^2 n_r(\omega)^2}{\pi^2 c^2 [\exp(\hbar\omega / k_B T) - 1]} \alpha(\omega), \quad (1.1)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, k_B – постоянная Больцмана, c – скорость света в вакууме, T – температура полупроводника, $n_r(\omega)$ – показатель преломления света с частотой ω , а $\alpha(\omega)$ – коэффициент его поглощения.

В неравновесных условиях, пока функции распределения электронов и дырок остаются больцмановскими, выражение для темпа излучательной рекомбинации можно записать в виде:

$$R = \frac{np}{n_i^2} R_0 = \gamma p, \quad (1.2)$$

где n_i – равновесная, а n и p – неравновесные концентрации электронов и дырок соответственно.

Величина $\gamma = R_0 / n_i^2$ в формуле (1.2) называется коэффициентом излучательной рекомбинации. Она определяет вероятность этого процесса и в полупроводниках с прямыми оптическими переходами лежит в диапазоне $10^{-11} - 10^{-10}$ см³/с [58]. В непрямозонных полупроводниках значения γ на 3 – 4 порядка меньше, чем в прямозонных.

Выражение (1.2) позволяет ввести так называемое излучательное время жизни, которое описывает вклад излучательных переходов в общее время жизни носителей заряда. Например, в образце p -типа излучательное время жизни равно

$$\tau_{rad} = \frac{\delta n}{\delta R} = \frac{1}{\gamma p}. \quad (1.3)$$

В p -GaAs с концентрацией дырок 10^{18} см⁻³ излучательное время жизни составляет 3,5 нс [59]. Это время жизни может служить мерой быстродействия высокоэффективных светодиодов и лазеров, работающих на переходах зона-зона или зона-мелкая примесь.

Согласно уравнению (1.1), зная коэффициент поглощения, можно рассчитать равновесный спектр излучения полупроводника. Если отклонение от равновесия невелико, то этой же формулой можно воспользоваться и для расчета спектра его люминесценции. Найдем в качестве примера форму спектра люминесценции, отвечающую межзонным оптическим переходам.

Коэффициент поглощения для прямых межзонных переходов имеет вид (см., например, [55]):

$$\alpha(\omega) = \frac{2(2m_r)^{3/2} e^2 |M_{cv}|^2}{3cm_0^2 n_r(\omega) \hbar^3 \omega} (\hbar\omega - E_g)^{1/2}, \quad (1.4)$$

где e – элементарный заряд, m_0 – масса покоя электрона, $|M_{cv}|^2$ – квадрат матричного элемента оператора импульса, m_r – приведенная масса электронов и дырок:

$$m_r = \left(\frac{1}{m_n} + \frac{1}{m_p} \right)^{-1}, \quad (1.5)$$

где m_n и m_p – эффективные массы электронов и дырок.

Подставляя выражение (1.4) в формулу (1.1), пренебрегая дисперсией $n_r(\omega)$ и учитывая, что $\hbar\omega \gg k_B T$, получаем следующее асимптотическое выражение для спектра межзонной (краевой) люминесценции:

$$R(\omega) \sim (\hbar\omega - E_g)^{1/2} \omega \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right). \quad (1.6)$$

На рисунке 1.2 проведено сравнение спектра краевой люминесценции антимонида индия со спектром, рассчитанным по формуле (1.6). Как следует из рисунка, эта формула неплохо описывает форму спектра краевой люминесценции. При этом, однако, следует иметь в виду, что на спектры краевой люминесценции сильное влияние могут оказывать хвосты плотности состояний [55 – 57], образующиеся вблизи краев разрешенных зон в легированных полупроводниках.

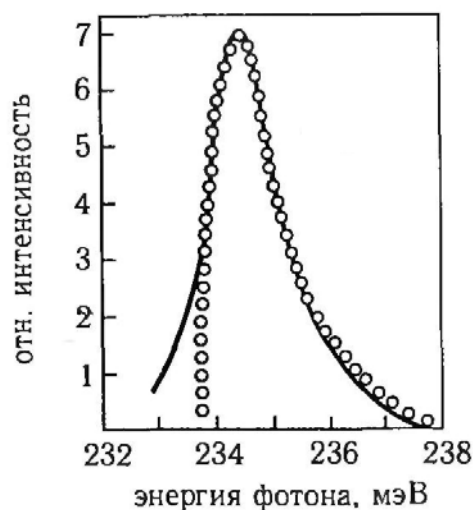


Рисунок 1.2 – Спектр краевой люминесценции нелегированного InSb при $T = 4,2$ К [61]. Маркеры – эксперимент, сплошная кривая – теория

В сильно легированных полупроводниках эти хвосты сдвигают спектры краевой люминесценции в область более длинных волн [56, 59]. Излучательные переходы между состояниями в хвостах плотности состояний могут определять очень эффективную люминесценцию, как, например, в случае сильно компенсированного GaAs(Si). В полупроводниках с большой энергией связи экситонов спектры краевой люминесценции могут усложняться также из-за экситонных эффектов [59], т.е. эффектов кулоновского взаимодействия электронов и дырок.

Расчеты спектров люминесценции могут быть проведены и для излучательных переходов по каналу зона-акцептор или донор-зона. Соответствующие формулы можно найти в [59]. При этом следует иметь в виду, что из-за захвата неравновесных носителей на примесные уровни концентрация этих носителей на уровнях всегда больше, чем в разрешенных зонах. Поэтому излучательная рекомбинация с участием примесных уровней часто оказывается даже более интенсивной, чем краевая.

Обычно излучательная рекомбинация является не единственным механизмом рекомбинации в полупроводнике и часть электронно-дырочных пар

рекомбинирует безызлучательно. Если в полном темпе рекомбинации выделить скорости излучательной R_{rad} и безызлучательной R' рекомбинации и с помощью уравнений типа (1.3) определить излучательное τ_{rad} и безызлучательное τ' время жизни, можно ввести понятие квантового выхода люминесценции, который равен доле излучательных переходов в полном темпе рекомбинации:

$$\eta = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R'} = \frac{\tau'}{\tau_{rad} + \tau'}. \quad (1.7)$$

1.2 Инжекционные полупроводниковые лазеры

В 1917 г., анализируя формулу Планка для спектра излучения абсолютно черного тела, Эйнштейн пришел к выводу, что наряду со спонтанными (самопроизвольными) излучательными переходами должны существовать и вынужденные переходы, вероятность которых пропорциональна плотности энергии электромагнитных колебаний в среде (рисунок 1.3). При таких переходах второй фотон, возникающий при прохождении первого фотона через вещество, обладает теми же частотой, фазой, поляризацией и направлением распространения, что и первый. В состоянии термодинамического равновесия отношение темпа вынужденных переходов к темпу спонтанных переходов исчезающе мало [58]. Однако если в среде создать высокую плотность электронного возбуждения, ситуация может существенно измениться: если вероятность вынужденного перехода окажется выше вероятности поглощения фотона, то в среде возникнет оптическое усиление, и в ней можно осуществить генерацию вынужденного излучения.

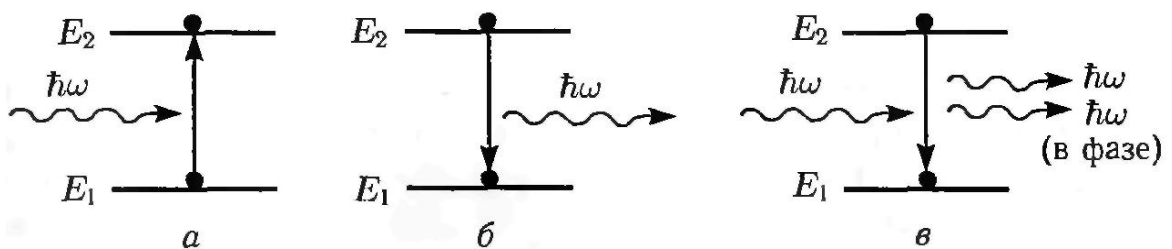


Рисунок 1.3 – Три типа оптических переходов между двумя энергетическими уровнями: *a* – поглощение, *б* – спонтанное излучение, *в* – вынужденное излучение

Источники вынужденного излучения в видимой области и близких к ней инфракрасной и ультрафиолетовой частях спектра получили название лазеров¹. Для осуществления лазерной генерации в среде при помощи внешнего воздействия необходимо создать инверсную заселенность энергетических уровней, т.е. такое распределение электронов, при котором уровни с большей энергией были бы заселены электронами в большей степени, чем с меньшей. В этом случае коэффициент поглощения излучения становится отрицательным (см., например, [55]), т.е. излучаемые при излучательных переходах волны не поглощаются средой, а усиливаются.

Условием возникновения инверсного распределения электронов в полупроводниках является неравенство [55]

$$F_n - F_p > E_g, \quad (1.8)$$

где F_n и F_p – квазиуровни Ферми электронов и дырок.

Оно означает, что внешнее воздействие (накачка) должно быть настолько сильным, чтобы хотя бы один из квазиуровней Ферми оказался внутри разрешенной зоны энергий, т.е. чтобы электронный и/или дырочный газы полупроводника стали вырожденными.

В этом случае все уровни в валентной зоне с энергией $E > F_p$ окажутся практически пустыми (рисунок 1.4), а все уровни в зоне проводимости с $E < F_n$ – заполненными электронами. При этом фотоны, энергия которых лежит в интервале $\hbar\omega_{\min} < \hbar\omega < \hbar\omega_{\max}$, где

$$\hbar\omega_{\min} = E_g, \quad \hbar\omega_{\max} = F_n - F_p, \quad (1.9)$$

не смогут вызывать электронные переходы валентная зона – зона проводимости и, следовательно, не будут поглощаться. Обратные же переходы зона проводимости – валентная зона возможны, поэтому фотоны будут излучаться, а соотношение (1.9) будет определять частотный интервал, в котором возможно их усиление.

¹ Название произошло от первых букв английской фразы light amplification by stimulated emission of radiation – усиление света посредством вынужденного излучения.

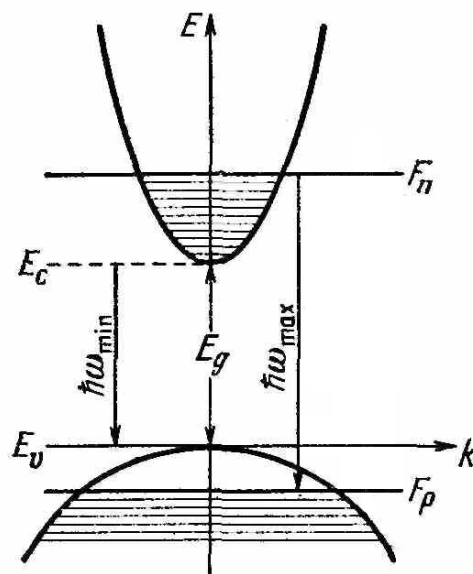


Рисунок 1.4 – Инверсное распределение электронов в полупроводнике

Существенной особенностью этого усиления является сужение спектрального интервала (1.9) при усилении. Это происходит по той причине, что коэффициент усиления внутри полосы $\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max}$ сам зависит от частоты и при некоторой частоте ω_0 имеет максимум. Вследствие этого преимущественно усиливаются лишь те частоты, которые лежат вблизи ω_0 , и волна в процессе усиления становится более монохроматической.

В полупроводниковых лазерах инверсная населенность может быть создана с помощью оптической накачки, возбуждением пучком быстрых электронов или других заряженных частиц, ударной ионизацией и т.д. Однако наиболее удобным и экономичным способом возбуждения полупроводника является инжекция неравновесных носителей заряда с помощью p - n -перехода. Полупроводниковые лазеры, в основе работы которых лежит этот способ накачки, называются инжекционными.

Теоретические основы функционирования инжекционных лазеров были заложены в 1961 г. Н.Г. Басовым, О.Н. Крохиным и Ю.М. Поповым [1]. А уже в 1962 г. появились первые сообщения [2 – 5] об экспериментальных образцах инжекционных лазеров, изготовленных на основе GaAs.

Принцип действия инжекционного лазера показан на рисунке 1.5. Его основная часть – это монокристалл полупроводника, в котором путем надлежащего распределения мелких доноров и акцепторов созданы области p - и n -проводимости. Между ними имеется неизбежная переходная область толщиной d . В слабо легированных полупроводниках создать большую концентрацию электронов и дырок, необходимую для выполнения условия инверсии (1.8), путем одной только накачки трудно. Поэтому p - и n -области делают сильно легированными, чтобы электронный и дырочный газы в n - и, соответственно, p -области были вырожденными.

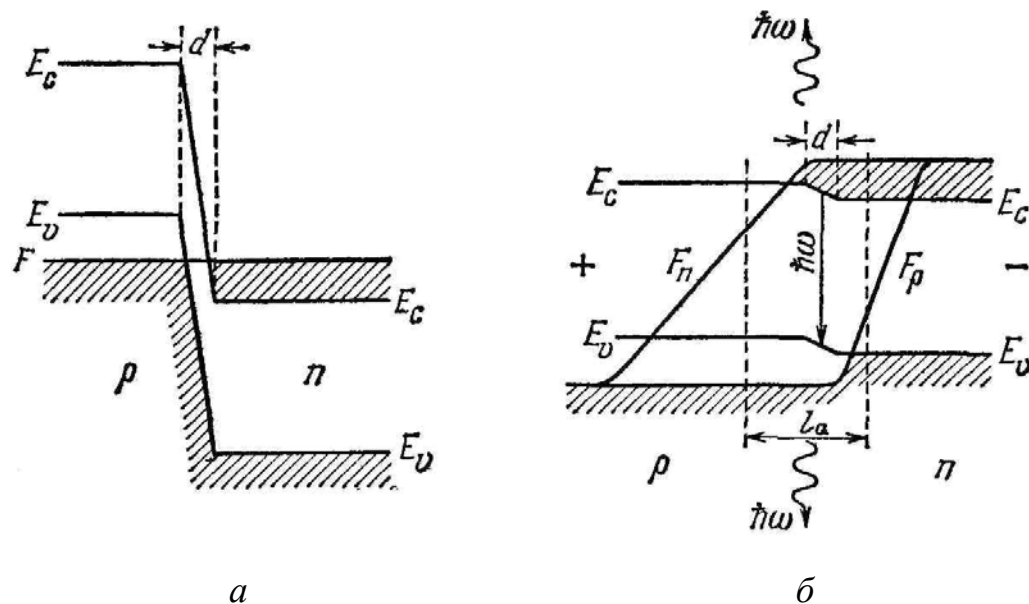


Рисунок 1.5 – Энергетическая диаграмма инжекционного полупроводникового лазера: a – вырожденный p - n -переход без внешнего напряжения, b – вырожденный p - n -переход при положительном напряжении. d – технологическая ширина перехода, l_a – ширина активной области, где $F_n - F_p \geq E_g$

В этом случае даже без инжекции уровень Ферми F в p -области будет лежать внутри валентной зоны, а в n -области – внутри зоны проводимости (рисунок 1.5, a), отчего выполнение условия (1.8) при накачке облегчается. При приложении к p - n -переходу положительного напряжения происходит

инжекция дырок в n -область, инжекция электронов в p -область и уровень Ферми F расщепляется на квазиуровни F_n и F_p , которые изменяются в пространстве так, как показано на рисунке 1.5, б.

Неравновесные концентрации носителей постепенно уменьшаются по мере удаления от границ перехода и затухают на расстояниях порядка их длин диффузии. При этом, как видно из рисунка 1.5, б, в окрестности перехода возникает активный слой толщиной l_a , в котором выполняется условие инверсной заселенности (1.8). Однако выполнения одного только этого условия для работы лазера оказывается недостаточно.

Дело в том, что возникающие при рекомбинации электронов и дырок фотоны, усиленные в активной области, уходят в пассивные области кристалла, где происходит их поглощение. Поэтому для обеспечения работы лазера и для обеспечения когерентности колебаний необходимо, чтобы часть фотонов, прошедших через активную область, возвращалась в нее и поддерживала оптическую обратную связь. Иными словами, активная область лазера должна быть помещена в оптический резонатор.

В лазерах из GaAs для создания резонатора обычно используется замечательная способность этих кристаллов раскалываться по плоскостям спайности (110). Используя это свойство, в образце можно создать две практически идеально параллельные отражающие грани, то есть поместить активную среду в резонатор Фабри-Перо (рисунок 1.6). Когда оптическое усиление в активной области начинает превышать потери на вывод излучения из резонатора, мощность выходного излучения лазера резко (пороговым образом) возрастает (рисунок 1.7), а в спектрах излучения появляется модовая структура — узкие линии, отвечающие определенным модам собственных колебаний резонатора, которые выделяются из диапазона частот спонтанного излучения $\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max}$.

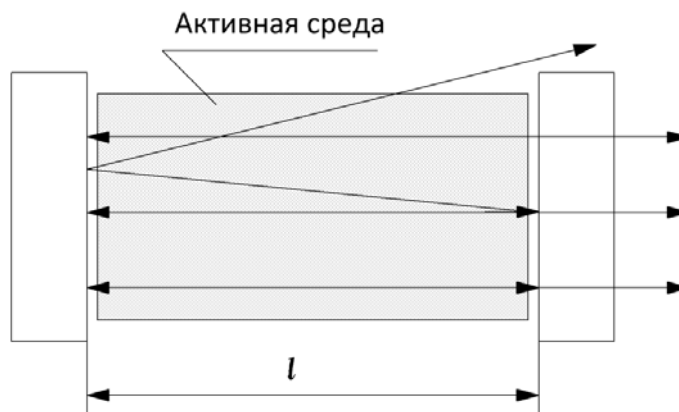


Рисунок 1.6 – Резонатор Фабри-Перо

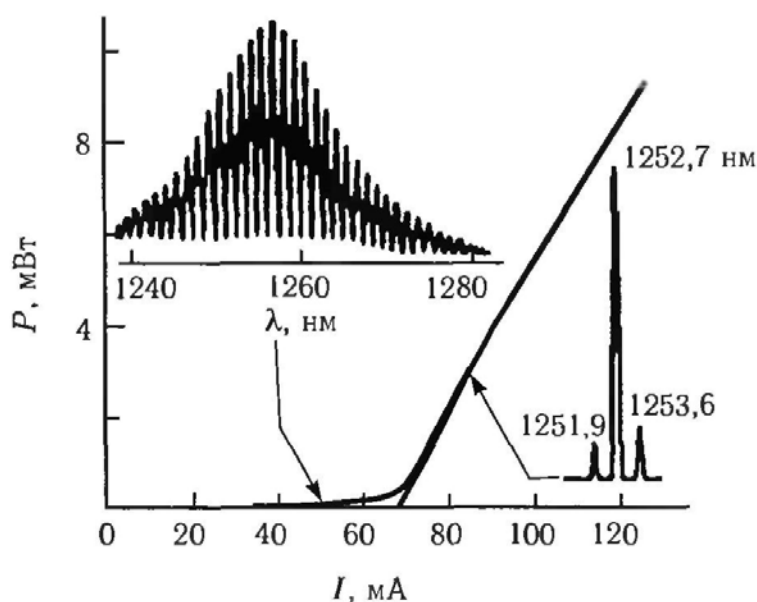


Рисунок 1.7 – Зависимость выходной мощности лазера на двойной гетероструктуре InP/InGaAsP/InP от тока диода и качественный вид спектров излучения ниже ($I = 50$ мА) и выше ($I = 85$ мА) порога генерации [16]. Интерференция в спектре спонтанного излучения обусловлена тем, что излучение выводится из резонатора Фабри-Перо

1.3 Основные характеристики инжекционных лазеров

Предполагая, что электронно-дырочные пары, создаваемые путем пропускания тока инжекции плотностью J , рекомбинируют в активной области полупроводника толщиной d с квантовым выходом η и что спектр излучения

при этом имеет среднюю энергию $\hbar\omega$ и полуширину $\Delta\omega$, линейный коэффициент оптического усиления в полупроводнике можно представить в виде [15 – 21]:

$$G = \beta(J - J_0), \quad (1.10)$$

где J_0 – плотность тока, необходимая для достижения инверсной населенности, а β – удельный коэффициент усиления, равный [62]

$$\beta = \frac{\pi^2 c^2 \eta}{en_r^2 \omega^2 \Delta\omega d}. \quad (1.11)$$

Считая, что коэффициенты отражения зеркал резонатора равны r_1 и r_2 , длина резонатора равна l , доля полной световой энергии в резонаторе, которая приходится на активную область структуры (коэффициент оптического ограничения), равна Γ , а коэффициент дополнительных потерь излучения за счет поглощения на свободных носителях в активной области и рассеяния на дефектах равен α , условие прохождения волны через резонатор без затухания можно записать в виде [15 – 21]:

$$\Gamma G = \alpha + \frac{1}{l} \ln\left(\frac{1}{r}\right), \quad (1.12)$$

где $r = \sqrt{r_1 r_2}$.

Из уравнений (1.11) и (1.12) легко найти пороговую плотность тока J_{th} :

$$J_{th} = J_0 + \frac{1}{\Gamma\beta} \left[\alpha + \frac{1}{l} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \right]. \quad (1.13)$$

Наряду с излучаемой длиной волны и КПД пороговая плотность тока относится к важнейшим характеристикам инжекционных лазеров, определяющим их возможности и области их практического применения. При этом между пороговой плотностью тока и энергией фотона лазерного излучения на пороге генерации имеется закономерная взаимосвязь, известная как *спектрально-пороговая характеристика* (рисунок 1.8).

КПД инжекционных лазеров также связан с пороговой плотностью тока и, как правило, растет с уменьшением её значения. В современных лабораторных образцах при комнатной температуре КПД лазеров достигает величины порядка 60 – 70 %. Однако лучшие коммерческие образцы имеют пока паспортное значение КПД порядка 45 %.

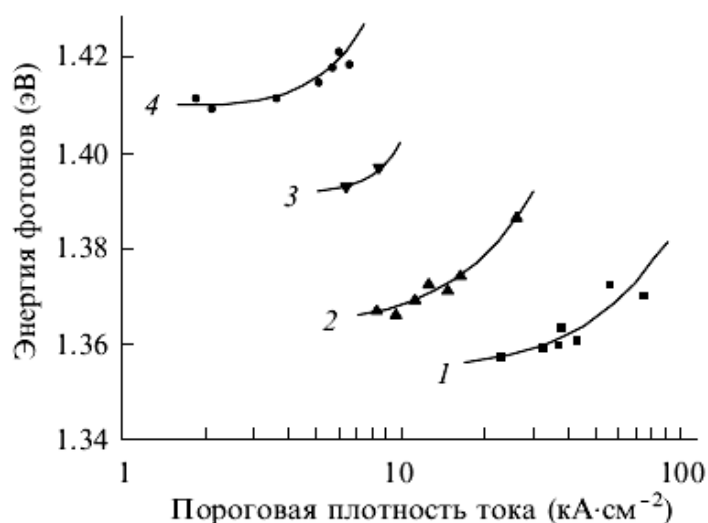


Рисунок 1.8 – Спектрально-пороговые характеристики лазеров на основе GaAs: 1 – сильно легированные GaAs-гомолазеры; 2 – односторонние AlGaAs/GaAs-гетероструктуры (активная область – компенсированный p -GaAs толщиной 2 мкм); 3 – двусторонние AlGaAs/GaAs-гетероструктуры (активная область p -GaAs толщиной 0.8 мкм); 4 – двусторонние AlGaAs/GaAs-гетероструктуры (активная область n -GaAs толщиной 0.8 мкм) [16]

Одним из принципиальных факторов, ограничивающих КПД [13], является *энергетический выход* η_E , представляющий собой усредненное отношение энергии фотона к энергии, затраченной на создание одной электронно-дырочной пары (имеется в виду пара носителей в активной среде; разного рода утечки тока накачки не учитываются). Энергия фотона лазера $\hbar\omega$ определяется очень точно. В энергию же, затрачиваемую на создание электронно-дырочной пары, обязательно входит средняя энергия пары носителей, которая определяется разностью квазиуровней Ферми ΔF . В лазерном режиме должно выполняться условие $\Delta F > \hbar\omega$, следовательно, значение $\eta_E = \hbar\omega / \Delta F$ всегда меньше единицы.

При каждом акте вынужденного излучения на лазерной частоте из совокупности пар с разной энергией исключается пара с энергией, меньшей средней. Формально это означает, что электронно-дырочный газ разогревается, а затем переходит в прежнее равновесное состояние, передавая тепло кристаллической решетке. Разность между ΔF и $\hbar\omega$ может быть примерно рав-

на тепловой энергии kT . Таким образом, верхний предел энергетического выхода оценивается как $1 - kT / \hbar\omega$.

В GaAs-лазере с энергией фотона 1.4 эВ при комнатной температуре η_E составит 98.2 %. Очевидно, что в длинноволновых лазерах это ограничение является ещё более сильным, и на длине волны, например, 10 мкм верхний предел η_E составит уже около 80 %. Отсюда следует, что для получения наибольшего КПД нужно понижать *рабочую температуру лазера*.

В гетероструктурах энергия инжектируемых носителей в активной области может превышать ΔF , поскольку попадание носителей в ее рабочие состояния происходит путем захвата из более высоких состояний. Эта энергия соответствует примерно суммарной высоте ΔE барьеров, ограничивающих активную область. Чтобы барьеры выполняли функцию электронного ограничения, их высота должны быть порядка $8kT$. Таким образом, реальное значение энергетического выхода $\eta_E = 1 - (\Delta E + kT) / \hbar\omega = 1 - 9kT / \hbar\omega$, а это уже КПД, равный для GaAs-лазера примерно 84 %.

Можно ввести *обобщенный энергетический выход* как отношение $\hbar\omega / eV$, где V – приложенное к диоду напряжение. В этом случае в потери будут включены энергетические затраты на дрейф носителей в проводах, контактах и пассивных областях диода. При этом для определения КПД нужно будет рассчитать еще *полную квантовую эффективность* лазера, которая представляет собой отношение числа испускаемых лазерных фотонов к числу носителей, пересекающих сечение диода при протекании тока накачки. Она учитывает квантовые потери на утечку носителей и на перепоглощение фотонов внутри резонатора. Произведение обобщенного энергетического выхода на полную квантовую эффективность и будет давать КПД лазера. Однако чаще всего *электрические (джоулевы) потери* рассчитываются отдельно, и *эффективность p-n-перехода* и *полная эффективность (КПД) прибора* разделяются.

Электрические потери являются неизбежными и могут быть минимизированы путем использования низкоомных контактов и пассивных областей

с низким сопротивлением. Однако эти потери нарастают с увеличением тока инжекции I как $I^2 R_S$, где R_S – последовательное сопротивление диода, которое остаётся после исключения нелинейного сопротивления p - n -перехода (R_S примерно соответствует дифференциальному сопротивлению диода, работающего в лазерном режиме далеко за порогом генерации J_{th}). Поэтому в пределе больших токов именно джоулевы потери накладывают принципиальные ограничения на КПД.

Электронная квантовая эффективность лазеров ограничивается по следующим причинам [13].

Во-первых, при достижении порога генерации только часть избыточных носителей участвует в вынужденной рекомбинации, а оставшаяся часть рекомбинирует путем спонтанной рекомбинации и безызлучательно. Поскольку выше порога концентрация избыточных носителей почти не меняется, неизбежными оказываются именно пороговые потери на спонтанное излучение и на безызлучательную рекомбинацию. Чем выше пороговая плотность тока, тем существенней эти пороговые потери. На пороге генерации КПД заведомо равен нулю, и для получения высокого КПД должно иметь место значительное превышение порога генерации. *Дифференциальная квантовая эффективность* вводится для описания лазерного режима и соответствует приращению числа испускаемых фотонов к числу носителей, инжектируемых в активную область за то же время.

Во-вторых, насыщение усиления (условие стационарности лазерного режима) ведет к соответствующему насыщению концентрации избыточных носителей n , если, как обычно, между усилением и n имеется однозначная связь. В лазерном режиме, однако, эта однозначность нарушается, и усиление несколько изменяется в зависимости от плотности фотонов (эффект нелинейного усиления). Некоторое уменьшение усиления (при заданном n) автоматически компенсируется ростом n . Следовательно, одновременно увеличивается пороговый уровень рекомбинационных потерь, и, в частности, интенсивность спонтанного излучения. К счастью, относительное увеличение пороговых потерь оказывается порядка 10^{-5} , т.е. достаточно мало.

Третьей причиной ограничения квантовой эффективности лазеров является неполное перекрытие накачиваемой области с модовым объемом, которое может быть результатом технологической неоднородности или следствием недостаточного бокового ограничения – растекания тока и диффузии носителей в пассивные области. Кроме того, перекрытие может меняться с ростом накачки вследствие изменения модового объема: деформации и переключения преобладающих мод и филаментации вследствие оптической нелинейности (самофокусировки). Если ток накачки будет протекать в тех областях, где лазерное поле слабо или отсутствует, эффективность накачки будет заведомо ниже 100 %. При этом явления, обусловленные неравномерным потреблением энергии избыточных носителей по длине активной области (пространственное «выжигание» инверсии), можно в некоторой мере ослабить за счет использования среды с малой оптической нелинейностью (низкий фактор амплитудно-фазовой связи), а также снижения электрического сопротивления пассивных областей, примыкающих к активной области.

Наконец, в лазерных диодах обычно имеет место «паразитная» рекомбинация (не дающая вклада в вынужденное излучение) за пределами активной области. Она связана с тем, что избыточные носители могут быть выброшены из рабочих состояний в барьерные слои в результате тепловой ионизации, а также из-за конечности времени пребывания носителей в барьерных слоях до захвата в рабочие состояния.

Эти потери характерны для структур с поэтапным захватом в рабочие состояния. Например, в лазерах на квантовых точках избыточные носители сначала инжектируются в «волноводные» слои гетероструктуры, далее захватываются в квантовую яму, а уже затем – в рабочие состояния на квантовых точках. В обоих промежуточных состояниях имеется конечная концентрация носителей, которая в общем случае растет с увеличением накачки (на рабочих состояниях такой рост замедлен вследствие насыщения усиления). Скорость «паразитной» рекомбинации избыточных носителей в промежуточных состояниях возрастает вместе с их концентрацией, и это приводит к нарастанию

тающим потерям, ограничивающим оптическую мощность и понижающим наклон *выходной ватт-амперной характеристики* – графика зависимости выходной мощности лазера от тока диода (см., например, рисунок 1.7).

Для оценки потерь накачки на этапе захвата носителей можно взять отношение скорости рекомбинации к скорости захвата в данном промежуточном состоянии. Если концентрация носителей есть n , то скорость рекомбинации можно представить в виде $R = An + Bn^2$, где A – коэффициент линейной рекомбинации, а B – коэффициент квадратичной (излучательной) рекомбинации. Скорость захвата $C = n/\tau_c$, где τ_c – время захвата. Для захвата в квантовую яму из барьерного слоя можно использовать диффузионную оценку времени захвата: $\tau_c = d_b^2 / D$, где d_b – толщина барьерного слоя, D – коэффициент диффузии носителей. Тогда *фактор эффективности накачки*

$$\frac{C}{C + R} = \frac{1}{1 + \tau_c(A + Bn)}. \quad (1.14)$$

Видно, что этот фактор уменьшается с ростом n , что может проявляться как сублинейность ватт-амперной характеристики лазера.

Для численной оценки возьмем параметры, близкие к параметрам GaAs ($d_b = 100$ нм): $A = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $B = 2 \cdot 10^{-10} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$, $D = 10 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. В результате при полезном токе с плотностью 10 кА/см^2 получаем $\tau_c = 10 \text{ пс}$ и эффективность захвата, равную 99 %. Эти ограничения кажутся несущественными, однако соответствующие потери увеличиваются с ростом накачки, а также по мере повышения температуры вследствие тепловой реэмиссии захваченных носителей.

Оптическая квантовая эффективность соответствует отношению интегрального потока фотонов в лазерном пучке во внешнюю среду к числу фотонов этого излучения, генерируемых в единицу времени внутри резонатора. Потери фотонов могут быть связаны с их перепоглощением за счет нерезонансного поглощения, а также с уходом фотонов из потока внутри резонатора вследствие рассеяния [13].

Процессы затухания лазерного излучения в резонаторе описываются показателем дополнительных потерь α . Припороговое значение *эффективности вывода излучения* определяется формулой:

$$f_{out} = \frac{\ln(1/r)}{\alpha l + \ln(1/r)}. \quad (1.15)$$

Параметры резонатора должны быть оптимизированы. Так, для получения достаточно низкого порога генерации l и r следует увеличивать, а для получения высокой эффективности их надо уменьшать. Из (1.15) видно, что при заданном α увеличение длины резонатора l не должно быть больше $1/\alpha$, поскольку это ведет к снижению эффективности. В современных лазерных структурах $\alpha = 1 \div 5 \text{ см}^{-1}$, что соответствует предельной длине резонатора $2 \div 10 \text{ мм}$. На практике используют $l = 0.5 \div 1 \text{ мм}$. При типичных $l = 0.5 \text{ мм}$, $r_1 = 0.1$ (фронтальная грань) и $r_2 \approx 1$ (тыльная грань) получаем $f_{out} = 0.92$ при $\alpha = 2 \text{ см}^{-1}$ и $f_{out} = 0.96$ при $\alpha = 1 \text{ см}^{-1}$.

Мощность лазерного излучения

$$P = \frac{\hbar\omega}{e} \eta_{in} f_{out} (I - I_{th}), \quad (1.16)$$

где η_{in} – внутренняя квантовая эффективность, I_{th} – пороговый ток.

Внутренняя квантовая эффективность (эффективность накачки) обычно вводится как феноменологический коэффициент, учитывающий все электронные потери накачки, которые перечислены выше. Эта величина представляет собой отношение энергии электронно-дырочных пар в активной области к энергии, затраченной на их создание.

КПД лазера определяется как отношение мощности лазерного излучения (1.16) к полной затраченной электрической мощности прибора. Таким образом, КПД лазера равен $P/(IV)$, где I – ток накачки, V – напряжение на диоде.

В GaAs диоде с длиной резонатора 0.5 мм и шириной 0.1 мм пороговый ток составляет примерно 0.1 А в квантоворазмерной структуре с отдельным ограничением. При $f_{out} = 0.92$, $\eta_{in} = 1$ и $\hbar\omega/e = 1.4 \text{ эВ}$ для получения опти-

ческой мощности 1 Вт требуется ток 760 мА [13]. Если последовательное сопротивление равно 0.02 Ом и напряжение на активной области составляет 1.625 В, то ожидаемый КПД будет порядка 70 %, что совпадает с приведенными выше данными о лабораторных образцах.

Некоторые мощностные характеристики лазерных диодов с высоким КПД приведены в таблице 1.1. Заметим, что эти характеристики относятся к лазерам с многомодовым излучением. Если излучение должно быть одномодовым, то достижимый КПД может быть несколько ниже, так как одномодовый режим достигается обычно при меньшем превышении порога. Кроме того, если в практической схеме применения лазера существует ограничение оптической апертуры, это может привести к дополнительным потерям из-за значительной расходимости лазерного излучения. Например, КПД лазеров, состыкованных с волоконными световодами, составляет всего 25 %.

Таблица 1.1 – Параметры лазерных диодов с высоким КПД [13]. Две последние строки – коммерческие образцы

Тип лазера*	T (К)	λ (нм)	P (Вт)	КПД (%)
Диффузионный GaAs-гомолазер на p - n -переходе (импульсный режим)	77	850	30–50	25
Лазер на GaAs/AlGaAs-ОГС	300	900	1–5	40
Гетеролазер на InGaAs-КЯ	300	1064	5.25	50 ($P = 1$ Вт)
Гетеролазер на InGaAs-КЯ	300	980	8.1	66 (максимум) 54 ($P = 3.7$ Вт) 43 ($P = 8.1$ Вт)
Гетеролазер на InAs GaAs-субмонослойных КТ	300	937	6	58–59
Гетеролазер SDL-6380-A на InGaAs-КЯ	300	910–980	2–4	45
Гетеролазер SDL-2470-A на InGaAs-КЯ	300	798–800 808–812	3	35
* ОГС – односторонняя гетероструктура; КЯ – квантовая яма; КТ – квантовая точка				

Ещё одной важной причиной снижения КПД является нагрев активной области диода током накачки. Вышеприведенные оценки соответствуют «изотермальным» условиям, при которых параметры принимались постоянными и соответствовали текущей температуре активной области. При высо-

кой температуре эти рабочие параметры существенно ухудшаются, и разработка различных методов эффективного теплоотвода от лазерных диодов представляет собой отдельную проблему.

1.4 Конструктивные особенности инжекционных AlGaAs ДГС лазеров с раздельным ограничением

Чтобы понизить пороговую плотность тока J_{th} , необходимо создавать условия для наиболее благоприятного взаимодействия возбужденной до состояния инверсной населенности электронной подсистемы с оптической подсистемой кристалла. Для этого, как следует из анализа формулы (1.13), надо локализовать электронное возбуждение в возможно более тонком слое d полупроводника, в котором квантовый выход люминесценции наиболее высок. Алфёров и Казаринов [6] и, независимо, Крёмер [7] в 1963 г. предложили использовать для этой цели гетеропереходы, которые, в дополнение ко всему, позволяют управлять еще и направлением инжекции [63].

Лазеры с односторонней гетероструктурой (рисунок 1.9, б) действительно имели в несколько раз меньшую пороговую плотность тока по сравнению с гомопереходами (рисунок 1.9, а) – порядка 8 кА/см² при 300 К [8, 9]. Причём, понижению J_{th} способствовал и дополнительный скачок показателя преломления на гетерогранице, который ограничивал проникновение световой волны в пассивную область структуры и тем самым усиливал ее взаимодействие с электронной подсистемой и уменьшал ее поглощение в пассивной области. Еще более сильного снижения пороговой плотности тока удалось добиться в двойных гетероструктурах (рисунок 1.9, в), использование которых было впервые предложено в работе [10].

В этих структурах гетеропереходы одновременно локализуют и электронное, и оптическое возбуждение в тонкой активной области толщиной d порядка 0,1 мкм. При этом для достижения инверсной населенности не требуется сильно легировать активный слой, так как эффективная рекомбинация в нем осуществляется за счет двойной инжекции.

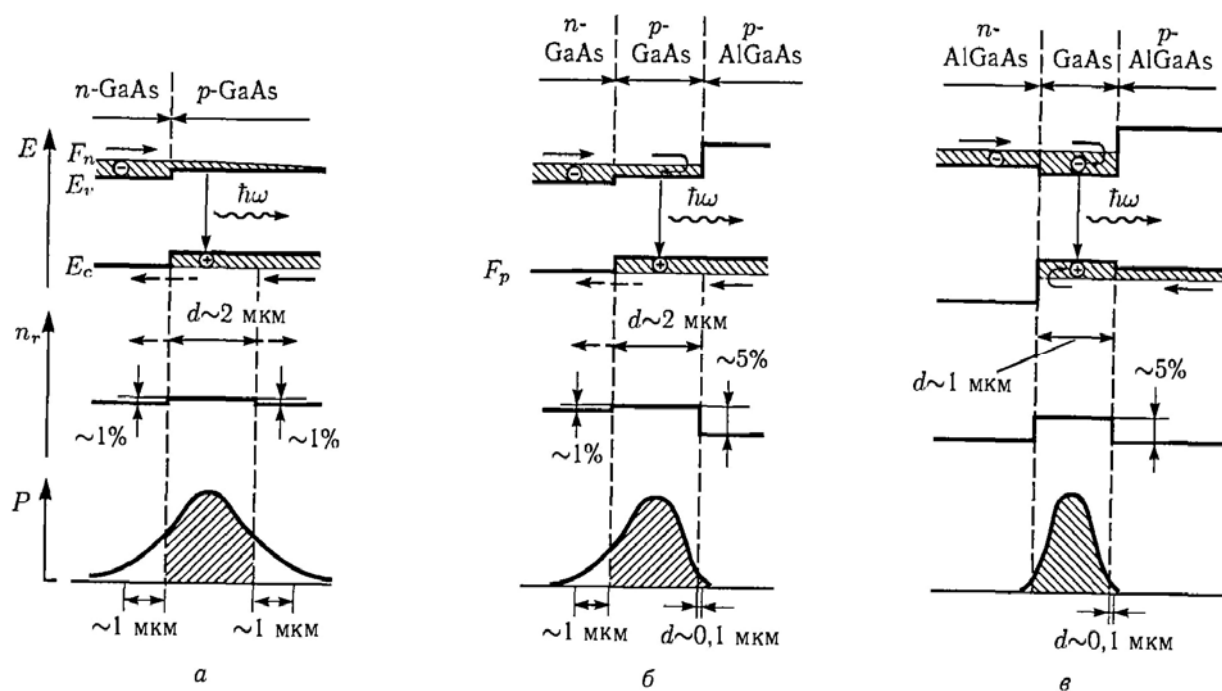


Рисунок 1.9 – Энергетическая диаграмма, профиль показателя преломления n_r и распределение мощности P в инжекционных GaAs лазерах с обычным p - n -переходом (а), односторонней гетероструктурой (б) и двойной гетероструктурой (в) [63]

Первые лазеры с двойной гетероструктурой AlGaAs/GaAs/AlGaAs были созданы в 1970 г. [11, 12] и позволили осуществить режим непрерывной генерации при температуре 300 К при пороговом токе порядка $0,5 \text{ кА/см}^2$ (рисунок 1.10). При дальнейшем сужении активной области выход излучения за пределы оптического волновода уменьшает эффективность взаимодействия оптической волны с электронным возбуждением (коэффициент оптического ограничения Γ) и пороговая плотность тока начинает возрастать. Вследствие этого возникла задача понижения рабочих токов инжекционных ДГС лазеров за счёт уменьшения площади их активной области.

Эта задача была решена в лазерах с полосковой геометрией [15–23], конструктивные особенности которых представлены на рисунке 1.11. Идея этих лазеров заключалась в создании активной области в виде узкой полоски, перпендикулярной граням оптического резонатора. Создать такую полоску можно либо ограничивая область электрического контакта к верхнему слою гетероструктуры с помощью окисной изоляции (рисунок 1.11, а), либо силь-

но увеличивая удельное сопротивление верхнего слоя структуры за пределами активной области путем ее бомбардировки протонами (рисунок 1.11, б).

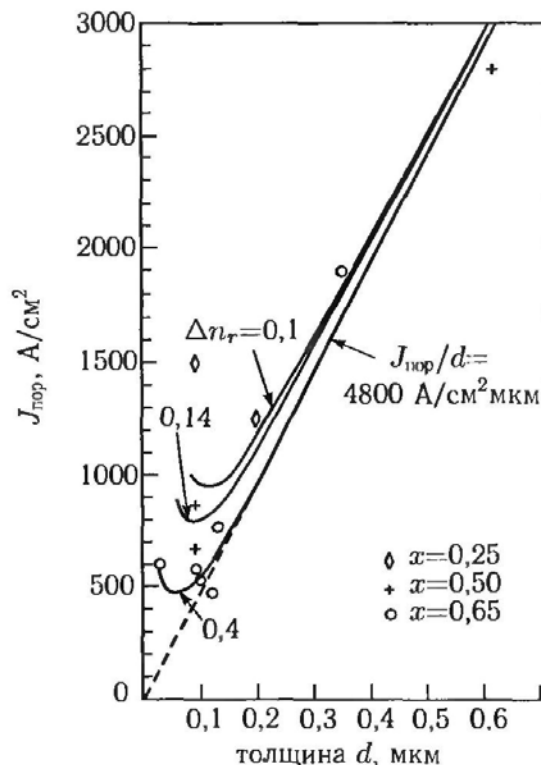


Рисунок 1.10 – Зависимость пороговой плотности тока от толщины активной области d в двойной гетероструктуре $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ [52]

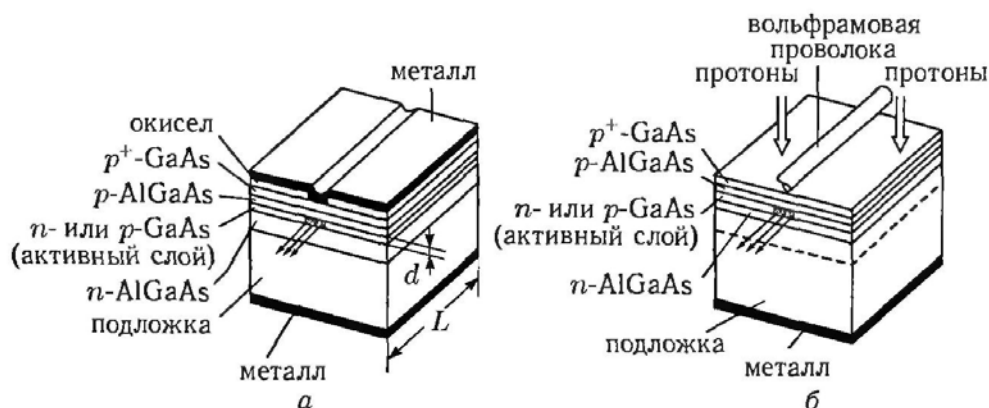


Рисунок 1.11 – Конструкции ДГС лазеров с полосковой геометрией, созданной с использованием окисной изоляции (а) и путем бомбардировки незащищенной поверхности структуры протонами (б) [21]

Кроме уменьшения порогового тока, полосковая геометрия необходима еще и для обеспечения одномодового характера генерации лазера, поскольку в лазерах с шириной активной области более 20 мкм обычно одновременно возбуждаются несколько мод колебаний. Это снижает степень когерентности излучения лазера и увеличивает ширину спектра излучения. В то же время узкая линия излучения имеет первостепенное значение при использовании лазеров в волоконно-оптических линиях связи. Из-за дисперсии показателя преломления излучение с разной длиной волны распространяется по волокну с разной скоростью. Поэтому при большой длине канала связи это вызывает уширение принимаемого оптического импульса и может сделать высокую скорость передачи данных невозможной.

Для обеспечения одномодовости по продольным модам в 1971 г. Алфёровым с сотрудниками было предложено использовать не обычные резонаторы Фабри-Перо, а так называемые полупроводниковые волноводы с распределённой обратной связью [64], «рифлёные» стенки которых (рисунок 1.12) эффективно рассеивают излучение побочных мод. Это предложение на практике было реализовано уже в 1973–74 гг. [65 – 67], когда были изготовлены первые лазерные диоды с распределённой обратной связью (DFB – distributed feedback). Помимо одномодового характера генерации такие диоды обладали большей оптической мощностью за счёт дифракции на стенках волновода и более слабой зависимостью длины волны излучения от температуры.

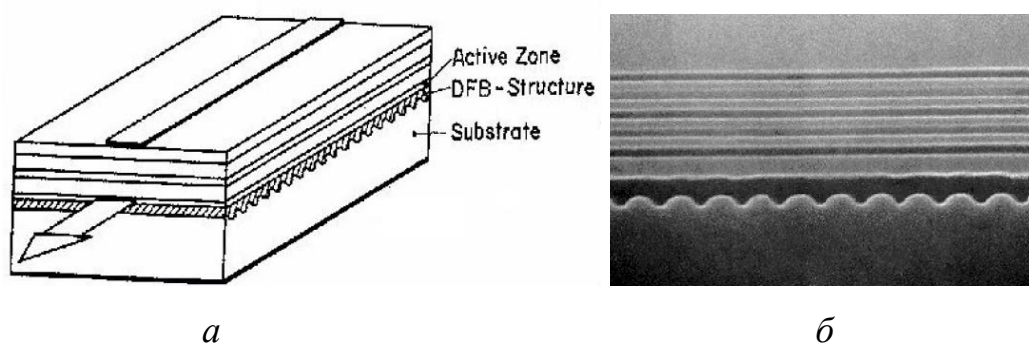


Рисунок 1.12 – Конструкция ДГС лазера с распределенной обратной связью (а) и электронно-микроскопическое изображение DFB-структуры (б)

Сильного уменьшения объема активной области, сопровождаемого существенным понижением порогового тока (до 10 мкА [68]), удалось добиться в разработанных в 1979 г. вертикально излучающих лазерах (VCSEL – vertical cavity surface emitting laser) [69], конструкция которых изображена на рисунке 1.13. В этой конструкции активная область из n -GaAs толщиной 2 мкм располагается между двумя горизонтально расположенными многослойными «зеркалами», которые изготавливаются из изотипных гетероструктур $\text{Al}_{0,05}\text{Ga}_{0,95}\text{As}/\text{Al}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ p - и n -типа и одновременно служат широкозонными эмиттерами. При этом вывод излучения происходит в вертикальном направлении через верхнюю поверхность структуры.

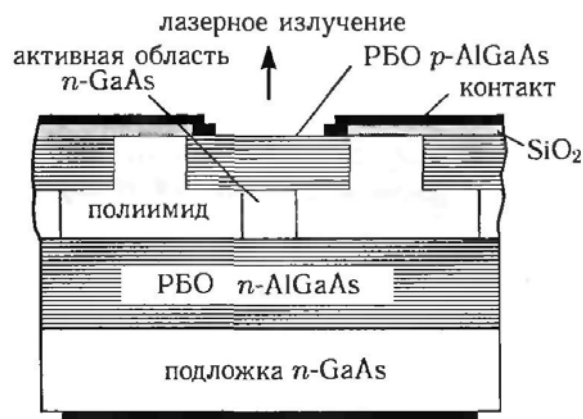


Рисунок 1.13 – Конструкция вертикально излучающего лазера

Из-за очень малой толщины активной области для получения низкого порога генерации в соответствии с формулой (1.13) необходимо, чтобы зеркала имели высокий коэффициент отражения r . В качестве зеркал в лазерах с вертикальным резонатором обычно используют распределенные брэгговские отражатели (РБО), построенные из чередующихся слоев материалов с заметно различающимся показателем преломления ($\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$, $\text{GaAs}/\text{Al}_2\text{O}_3$, ZnSe/MgF_2), каждый из которых имеет толщину $\lambda/4$. При числе слоев от 50 до 80 на таких зеркалах удается получить $r > 99,95\%$.

Сопряжение VCSEL-лазеров с оптоволоконным кабелем оказывается намного более простым по сравнению с лазерами, в которых излучение вы-

водится через боковую поверхность. Лазеры с вертикальным резонатором имеют более высокую надежность и более низкую стоимость, а низкие пороговые токи и близкая к планарной технология изготовления лазерных структур позволяют создавать из таких лазеров двумерные массивы излучателей, что невозможно при других конструкциях инжекционных лазеров. Наконец, из-за больших геометрических размеров области вывода излучения диаграмма направленности этих лазеров оказывается уже, чем для лазеров с боковым выводом излучения. При этом выходная мощность VCSEL-лазеров достигает 1,5 Вт.

Одним из способов преодоления ограничений, связанных с выходом излучения за пределы активной области в двойных гетероструктурах с $d < 0,1$ мкм, явилось создание так называемой структуры с раздельным ограничением (SCH – separate confinement heterostructure или, что то же самое, LOC – large optical cavity) [24]. В этой структуре (рисунок 1.14) электронное возбуждение локализовано в её наиболее узкозонной части – квантовой яме, ширина которой может достигать нескольких десятков ангстрем, а волноводом служит область шириной порядка 1 мкм, ограниченная с двух сторон двумя наиболее широкозонными областями.

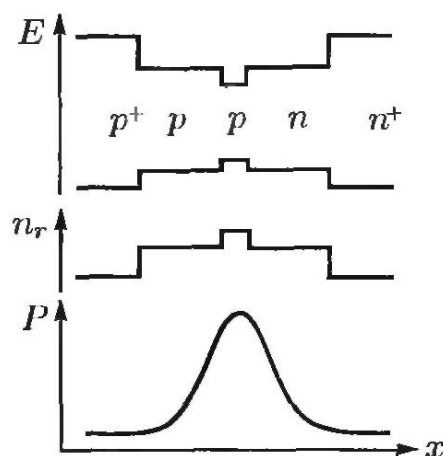


Рисунок 1.14 – Энергетическая диаграмма, профиль показателя преломления n_r и распределение мощности P световой волны в структуре с раздельным ограничением

Структуры с отдельным ограничением позволяют еще сильнее снизить пороговую плотность тока (до $0,1 \text{ кА/см}^2$ в структуре с одной квантовой ямой [25 – 28]), причём для дальнейшего уменьшения этой плотности в волноводной области структуры можно расположить не одну, а несколько квантовых ям (рисунок 1.15) [29], а для улучшения характеристик лазеров в области оптического ограничения можно создавать градиент показателя преломления [30 – 32], как это делается в GRINSCH-лазерах (GRINSCH – graded index separate confinement heterostructure).

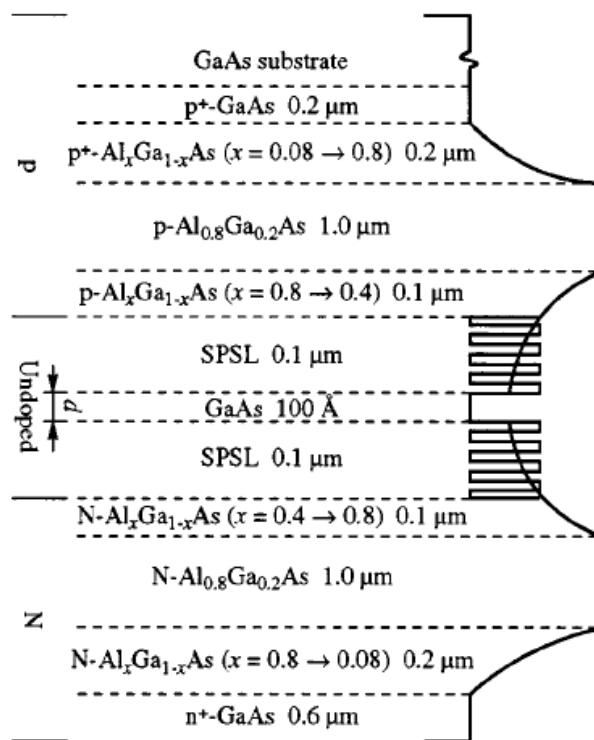


Рисунок 1.15 – Конструкция ДГС лазера на основе суперрешетки из квантовых ям (SPSL – short-period superlattices), выращенной методом молекулярно-лучевой эпитаксии, с градиентом показателя преломления в активной области (жирная сплошная кривая в правой части рисунка) [70]

Еще одним преимуществом структур с отдельным ограничением является более высокая, чем у обычных ДГС, стойкость по отношению к катастрофическим отказам, связанным с разрушением зеркал оптического резонатора при высокой мощности выходного излучения [24].

В снижение пороговой плотности тока в полупроводниковых ДГС лазерах с раздельным ограничением вносят вклад несколько факторов. С одной стороны, это чисто технологические достижения (освоение прецизионных технологий эпитаксиального роста с контролем толщины с точностью до монослоя, освоение технологий квантовых нитей и квантовых точек и т. д.), с другой стороны – уменьшение активного объема (за счет уменьшения d) и квантоворазмерные эффекты, связанные с качественным изменением энергетической зависимости плотности состояний носителей, захваченных в квантовые ямы.

При локализации носителей в квантовой яме понижается размерность пространства носителей, появляются дискретные разрешенные энергетические уровни (рисунок 1.16), и нижнее (основное) состояние носителей характеризуется кинетической энергией локализации, отделяющей соответствующий основной уровень от дна потенциальной ямы. Кроме того, в квантовых ямах видоизменяются правила отбора при излучательных переходах, поэтому могут получить преимущества определенные поляризации излучения и может несколько измениться его направленность.

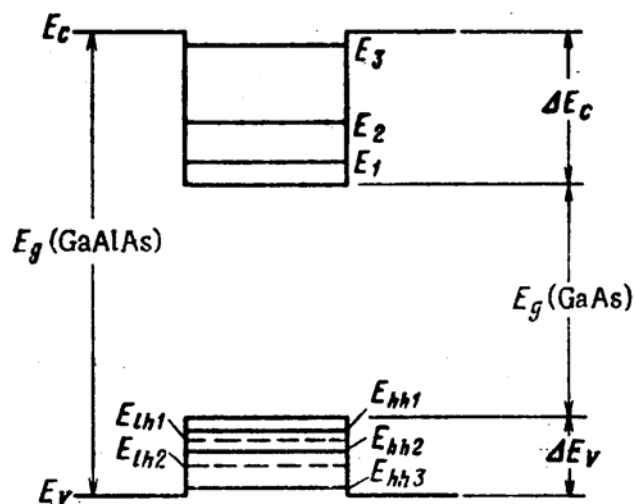


Рисунок 1.16 – Диаграмма энергетических уровней в квантовой яме SCH-лазера на основе GaAs

Энергия переходов между основными состояниями в квантовой яме оказывается больше энергии межзонных переходов в том же материале. Это дает дополнительную возможность изменения длины волны лазерного излучения за счет изменения размеров квантовой ямы, поскольку энергия локализации в яме $E_1 \sim \pi^2 \hbar^2 / (md^2)$, где m – эффективная масса носителей.

Дискретизация спектра носителей, захваченных в квантовые ямы, сводится к модификации распределения их состояний по энергиям (рисунок 1.17). Возможность управления плотностью этих состояний и обеспечивает существенный ресурс дальнейшего улучшения характеристик лазеров.

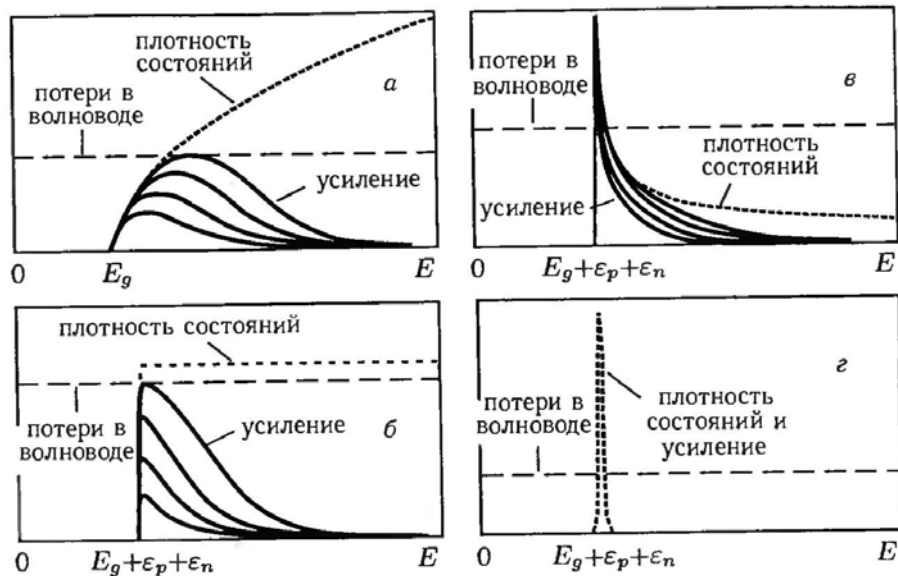


Рисунок 1.17 – Условия возбуждения лазерной генерации в полупроводниковых структурах различной размерности [71]: *a* – объемный полупроводник, *б* – квантовая яма, *в* – квантовая нить, *г* – квантовая точка

Понять причину уменьшения пороговой плотности тока при понижении размерности структуры можно из анализа рисунка 1.17 [71].

Чтобы в полупроводнике могла возникнуть лазерная генерация, значение оптического усиления в максимуме спектра излучения должно стать больше величины, определяемой потерями в резонаторе. Чтобы этого достичь, в полупроводнике необходимо создать сильное электронное возбуждение, однако при этом, как следует из рисунка 1.17 *a*, в объемном полупроводнике

распределение электронов по энергиям таково, что большая часть возбужденных электронов никогда не будет давать вклада в оптическое усиление.

Иная ситуация складывается в двумерных полупроводниковых структурах (квантовых ямах), примером которых являются ДГС лазеры с отдельным ограничением.

Благодаря ступенчатой зависимости плотности состояний от энергии (рисунок 1.17, б) в этих структурах в оптическое усиление будет давать вклад значительно большая часть возбужденных электронов с энергией вблизи края подзоны. То есть из-за более эффективного согласования энергетической зависимости плотности состояний со спектрами усиления для возникновения лазерной генерации в двумерных структурах требуется более низкий уровень возбуждения.

Для одномерных (квантовые нити) и нульмерных структур (квантовые точки) энергетическая зависимость плотности состояний все лучше и лучше согласуется со спектрами оптического усиления (рисунок 1.17, в, г). Это приводит к уменьшению числа электронных состояний, которые надо заполнить для достижения требуемого усиления.

Таким образом, в структурах пониженной размерности, действительно, следует ожидать существенного снижения плотности порогового тока. При этом из рисунка 1.17 ясно, что лазеры на квантовых точках в этом смысле являются наиболее перспективным типом полупроводниковых лазеров. К достоинствам этих лазеров следует также добавить возможность гибкого управления длиной волны лазерного излучения путем соответствующего изменения размеров квантовых точек.

Лазеры на полупроводниковых структурах пониженной размерности имеют еще одно преимущество по сравнению с лазерами на основе объемных полупроводников – более слабую температурную зависимость порогового тока J_{th} . Основной причиной быстрого увеличения J_{th} с ростом температуры является тепловое размытие функций распределения участвующих в излучательной рекомбинации носителей, из-за которого для достижения необходимого значения коэффициента оптического усиления требуется инжек-

тировать все большие концентрации носителей. Однако, как показали Аракава и Сакаки [72], в структурах пониженной размерности из-за лучшего согласования энергетической зависимости плотности состояний и спектров оптического усиления влияние теплового размытия должно сильно ослабевать. Этот эффект, действительно наблюдающийся в эксперименте, позволяет заметно расширить диапазон рабочих температур инжекционных лазеров.

Для реализации потенциальных возможностей инжекционных лазеров на структурах пониженной размерности в конце 80-х годов прошлого века были начаты работы по созданию лазеров на квантовых нитях. Первые опыты по созданию квантовых нитей с использованием фотолитографии, травления и последующего зарощивания нитей позволили получить лазерные структуры, которые работали только при низких температурах, характеризовались заметной неоднородностью (связанной с разбросом поперечных размеров отдельных квантовых нитей) и в которых отсутствовали особенности, свидетельствующие об одномерном характере движения носителей. Однако уже в 1989 году был создан первый лазер на квантовых нитях в системе AlGaAs/GaAs [73], работающий при 300 K.

В этом лазере квантовые нити из GaAs, окруженные слоями из AlGaAs, выращивались в V-образных канавках, которые шли в направлении [011] и были получены путем избирательного травления GaAs подложек. Невысокий коэффициент оптического ограничения Γ , характерный для структуры с одиночной квантовой нитью, впоследствии был увеличен путем выращивания стопки из вертикально связанных квантовых нитей и созданием массивов квантовых нитей при выращивании короткопериодных сверхрешеток на vicинальных поверхностях GaAs или с использованием явлений самоорганизации при выращивании таких сверхрешеток на рассогласованных по параметру решетки подложках [74].

Дальнейший прогресс в создании лазеров на полупроводниковых структурах пониженной размерности был связан с развитием неожиданно открывшейся возможности формирования массивов практически одинаковых по размеру и форме квантовых точек.

Возможность образования маленьких островков полупроводника при субмонослойном покрытии подложки (то есть когда количества нанесенного на подложку вещества не хватает для образования одного монослоя) была известна давно, однако слишком большая дисперсия размеров островков делала их малоперспективными для исследований. В начале 80-х годов прошлого века были найдены технологические режимы, позволявшие при выращивании тонких пленок полупроводников, сильно отличавшихся по параметру решетки от материала подложки, реализовать режимы роста как двумерной пленки, так и трехмерных кластеров. В 1985 г. было обнаружено явление самоорганизации, заключающееся в формировании упорядоченных в направлении роста цепочек квантовых точек при выращивании многослойных структур InAs/GaAs [75]. Несколько позже были найдены технологические условия, при которых в одном слое образуются квантовые точки приблизительно одинакового размера и формы [76], а затем и условия образования этими точками практически регулярной структуры [77].

Изображение одного слоя такой структуры в электронном микроскопе и качественный вид этой структуры показаны на рисунке 1.18. Плотность островков в слое составляет примерно $5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$.

Получающиеся островки представляют собой пирамидки с характерным размером основания 100 – 150 Å и высотой 30 – 70 Å. При этом каждая пирамидка содержит от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч атомов.

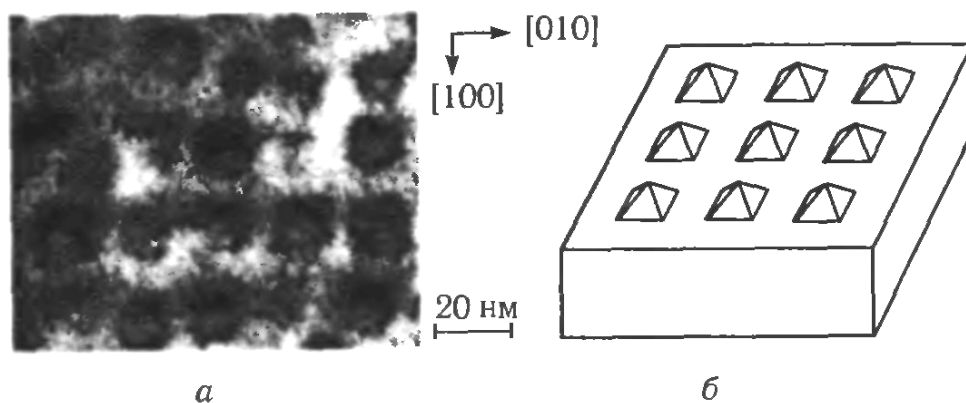


Рисунок 1.18 – Электронно-микроскопическое изображение (а) и качественный вид (б) упорядоченного массива островков InAs на подложке GaAs [78]

Вещество в пирамидке находится в когерентно напряженном состоянии, поскольку для островков небольшого размера такое состояние энергетически более выгодно, чем состояние, в котором упругие напряжения снимаются путем образования дислокаций несоответствия. Как было показано в работе [77], при определенных соотношениях между изменением поверхностной энергии при образовании пирамидки и энергии возникающих на ее ребрах упругих напряжений появляется некий оптимальный размер пирамидки, при котором ее термодинамическая энергия достигает минимума. Взаимодействие пирамидок посредством создаваемых ими в подложке напряжений может приводить к возникновению регулярной структуры.

Поскольку размеры пирамидок достаточно малы и в них проявляется эффект ограничения движения носителей во всех трех измерениях, каждую из них можно рассматривать как квантовую точку. Закрывая выращенный на поверхности подложки слой квантовых точек тонким слоем полупроводника, из которого изготовлена подложка, и выращивая следующие слои квантовых точек, можно создать трехмерную пространственную структуру из вертикально связанных квантовых точек.

Тот факт, что образующиеся при самоорганизованном росте пирамидки имеют приблизительно одинаковый размер и форму, приводит к тому, что электронный спектр всех квантовых точек очень близок. Это позволило сделать следующий шаг в технологии инжекционных лазеров и наблюдать сначала лазерную генерацию при оптическом возбуждении [79], а затем создать и первый инжекционный лазер на квантовых точках в системе InAs/GaAs [80, 81].

Создание лазеров на квантовых точках позволило ещё дальше продвигаться на пути повышения эффективности инжекционных лазеров за счёт понижения плотности пороговых токов и достичь рекордных значений этой плотности порядка 10 А/см^2 при комнатной температуре (рисунок 1.19).

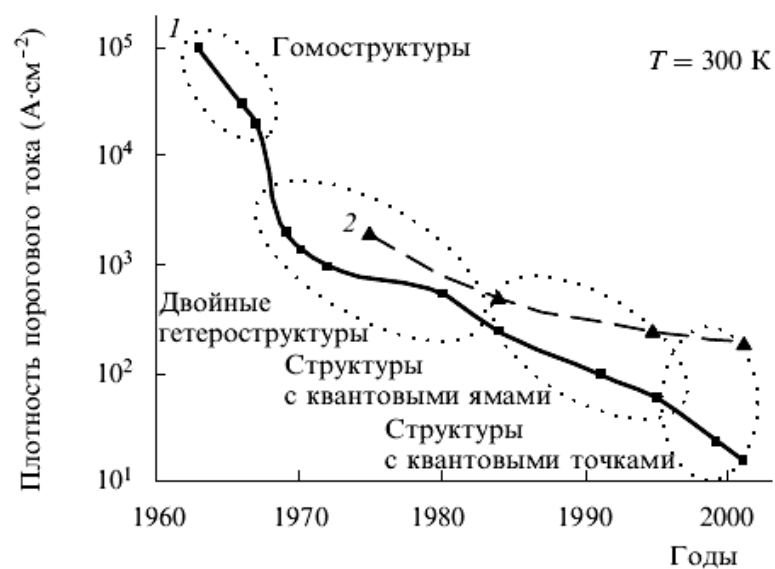


Рисунок 1.19 – Эволюция пороговой плотности тока при комнатной температуре в инжекционных лазерах разных поколений [13]:
 1 – структуры на основе GaAs-технологии; 2 – структуры на основе InP-технологии

2 ВОЗМОЖНОСТИ ПАКЕТА ПРОГРАММ ПРИБОРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ SENTAURUS TCAD КОМПАНИИ SYNOPSYS. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДГС ЛАЗЕРА

Разработанные к настоящему времени инжекционные полупроводниковые лазеры, работающие на межзонных переходах, перекрывают широкий диапазон электромагнитного спектра от ультрафиолетовой области (GaN , $\lambda \approx 0,36$ мкм) до средней инфракрасной ($\text{Pb}_{1-x}\text{Sn}_x\text{Te}_{1-y}\text{Se}_y$, $\lambda \approx 46$ мкм). А квантово-каскадные лазеры [82], которые работают на переходах между уровнями размерного квантования в сверхрешетках, позволяют продвинуться в ещё более длинноволновую область с длиной волны λ до 130 мкм. При этом, начиная с 1990 г., практически все лабораторные и коммерческие образцы лазеров, по сути, являются ДГС лазерами с отдельным ограничением (SCH).

Благодаря относительной простоте и отработанности технологии изготовления наибольшее распространение в промышленности получили SCH-лазеры на основе GaAs, в которых в качестве широкозонного полупроводника используются твердые растворы AlGaAs. При этом основной проблемой инжекционных лазеров, работающих в непрерывном режиме при комнатных температурах, по-прежнему является проблема повышения эффективности преобразования электрической энергии в энергию когерентного лазерного излучения, связанная с проблемами понижения плотности порогового тока и повышения КПД.

Решению этой проблемы в настоящее время посвящается большое количество теоретических и экспериментальных работ (см., например, [83–91]), в которых предлагаются различные варианты оптимизации конструкции SCH-лазеров. Однако попытки экспериментального решения этой проблемы связаны с серьёзными затратами времени и средств, а теоретические исследования неизбежно упираются в необходимость использования упрощенных математических моделей в силу большого числа параметров задачи и многообразия взаимосвязанных явлений и процессов, которые протекают в реальных приборах. Всех этих недостатков лишены компьютерные методы решения задачи оптимизации, основанные на имитационном моделировании SCH-

лазеров в современных программных пакетах приборно-технологического моделирования (TCAD), одним из которых является пакет программ Sentaurs TCAD компании Synopsys.

2.1 Структура и возможности пакета программ приборно-технологического моделирования Sentaurs TCAD компании Synopsys

Пакет программ сквозного приборно-технологического моделирования Sentaurs TCAD [92] компании Synopsys позволяет моделировать все основные процессы твердотельной электроники, объединять их в технологические маршруты, получать в результате произвольные приборные структуры и анализировать их электрофизические и схемотехнические характеристики и параметры. Фактически этот пакет на практике реализует концепцию виртуального производства и позволяет существенно сократить расходы на проектирование и разработку технологических маршрутов изготовления полупроводниковых приборов.

Состав пакета может быть условно разделен на пять частей:

- системные средства, или вычислительные оболочки;
- средства моделирования технологических процессов;
- программы для создания структуры приборов;
- средства моделирования приборов и дополнительные модули и утилиты.

Системные средства, или вычислительные оболочки (Sentaurs Workbench) обеспечивают интерфейс и интеграцию программных средств Sentaurs TCAD. Они предоставляют графические возможности для построения и редактирования сложных проектов (GENESISe), средства параметризации входных файлов для автоматического запуска групп задач, организуют вычислительные процессы внутри проектов и директорий, облегчают работу с программными пакетами, обеспечивающими планирование эксперимента, оптимизацию и статистический анализ в рамках проводимого исследования (Optimizer). Сюда же относятся средства доступа к библиотекам калибровоч-

ных данных (Calibration Kit), программа, обеспечивающая высокоуровневый интерфейс к моделированию технологических процессов (Ligament), и средства визуализации и анализа полученных данных (Inspect, Tecplot, Sentaurus Data Explorer, Utilities). Для моделирования технологических процессов используются программы Sentaurus Process и Dios и набор моделей и параметров, которые рекомендуются Synopsys для выполнения точного технологического моделирования (Advanced Calibration).

Программы Sentaurus Process и Dios позволяют проводить 2D- и 3D-моделирование всех этапов стандартного технологического процесса, в том числе моделирование диффузии, имплантации, моделирование имплантации методом Монте-Карло, моделирование окисления, травления, осаждения и силицидизации. Возможности трехмерного моделирования включают построение трехмерной сетки, трехмерную имплантацию, диффузию, трехмерное окисление и интерфейс к редактору трехмерной геометрии. Система встроенных параметров этих программ откалибрована специалистами Synopsys на основе последних экспериментальных данных, что обеспечивает высокую предсказательную способность результатов моделирования.

К средствам создания структуры приборов относятся программы для редактирования двух- и трехмерных приборных структур и эмуляции трехмерных технологических процессов (Sentaurus Structure Editor, Mdraw), приложение для интерполяции данных (DIP) и набор программ генерации конечно-элементной сетки (Mesh Generation Tools) для таких приложений, как моделирование приборов, моделирование технологии, моделирование электромагнитных явлений и т.д. При этом редактирование структур включает генерацию геометрической модели, задание профилей легирования, выделение областей и определение сетки и подсеток.

В пакете программ TCAD изначально заложен микроскопический подход к моделированию полупроводниковых приборов. Этот подход основан на численном решении фундаментальных уравнений (Пуассона, непрерывности, теплопроводности и т.д.), описывающих протекающие процессы и поведение

носителей заряда в различных (локальных) областях прибора. Для моделирования приборов в среде TCAD используются программы 2D- и 3D-моделирования (Sentaurus Device, Dessis), программные модули для решения систем дифференциальных уравнений (Solvers), вычислительные модули для численного анализа электромагнитных волн (Sentaurus Device Electromagnetic Wave Solver), а также модули для проведения вычислений методом Монте Карло (Sentaurus Device Monte Carlo). При этом помимо моделирования изолированных приборов Sentaurus TCAD позволяет проводить моделирование приборов, включенных в электрические схемы, использовать при этом наборы компактных моделей типа Spice (Compact Models) и производить экстракцию параметров таких моделей (SXtract) для последующей имитации работы приборов в симуляторах схемотехнического моделирования типа Spice (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) [93, 94].

Таким образом, пакет программ приборно-технологического моделирования Sentaurus TCAD компании Synopsys предоставляет весь инструментарий, необходимый для имитационного моделирования работы и изучения электрофизических и оптических характеристик лазеров.

2.2 Математическая модель ДГС лазера

2.2.1 Система фундаментальных уравнений

Излучение полупроводниковых лазеров формируется в резонаторе Фабри-Перо, который представляет собой открытый электромагнитный резонатор (рисунок 1.6). Моды этого излучения определяются процессами излучательной рекомбинации, а волновое уравнение для электрического поля излучения, полученное на основе уравнений Максвелла, имеет вид [95]:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \left(\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} + \frac{d^2 \vec{P}}{dt^2} \right), \quad (2.1)$$

где ε_0 и μ_0 – соответственно, электрическая и магнитная постоянные, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, σ – проводимость среды, а ε – её диэлектрическая проницаемость.

Величина $\vec{P}$, которая входит в это уравнение, описывает изменение электрического поля за счёт дополнительных источников и в случае полупроводников может быть определена как поляризация среды, обусловленная спонтанной рекомбинацией электрон-дырочных пар.

Для упрощения уравнения (2.1) напряженность электрического поля излучения удобно представить в виде [96]:

$$\vec{E}(x, y, z; t) = \vec{\Psi}(x, y; t) \sqrt{S(t)} e^{i\varphi(t)} e^{i(\omega t - kz)} + CC, \quad (2.2)$$

где величина CC представляет собой комплексно сопряженное слагаемое. При этом, как и в теории волноводов, для поперечной составляющей оптического поля можно использовать ТЕ- и ТМ-приближение [97 – 100], в соответствии с которым вектор $\vec{\Psi}$ в формуле (3.2) можно считать скалярной величиной, которая определяет пространственное распределение оптической интенсивности и удовлетворяет следующему условию нормировки:

$$\iint |\Psi|^2 dx dy = 1. \quad (2.3)$$

Представление (2.2) означает, что рассмотрение электрического поля излучения проводится вдоль поперечного сечения, параллельного отражающим граням резонатора (в плоскости xy), и что оптическая интенсивность между этими гранями может быть описана как интенсивность плоской монохроматической волны с частотой ω и волновым числом k , распространяющейся вдоль оси z резонатора. Величина $\varphi(t)$ в формуле (2.2) имеет смысл фазового сдвига, а $S(t)$ – плотности фотонов в резонаторе.

Подстановка выражения (2.2) в уравнение (2.1) приводит к следующему уравнению для плотности фотонов $S(t)$ [96]:

$$\frac{\partial S}{\partial t} - [G(\omega) - L]S = \frac{c}{\varepsilon_r} \beta T_{sp}(\omega) \quad (2.4)$$

и к скалярному уравнению Гельмгольца для амплитуды $\Psi(x, y; t)$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Psi + k^2 (n_r^2 - \varepsilon_{eff}) \Psi = 0. \quad (2.5)$$

В этих уравнениях β – коэффициент спонтанной эмиссии фотонов, n_r – показатель преломления среды, а $\bar{\varepsilon}_r$ и ε_{eff} – соответственно, среднее по поперечному сечению резонатора и среднее по времени значение диэлектрической проницаемости ε . При расчётах в программе Dessis пакета Sentaurus TCAD значение коэффициента β по умолчанию принимается равным единице, а локальные значения коэффициента преломления n_r и диэлектрической проницаемости ε задаются выбором материала резонатора и зависят от его молярного состава и концентрации свободных носителей [101].

Коэффициент усиления моды излучения $G(\omega)$ в формуле (2.4) определяется выражением

$$G(\omega) = \iint r_{st}(x, y, \omega) |\Psi(x, y)|^2 dx dy, \quad (2.6)$$

интенсивность спонтанного излучения $T_{sp}(\omega)$ – выражением

$$T_{sp}(\omega) = \iint r_{sp}(x, y, \omega) |\Psi(x, y)|^2 dx dy, \quad (2.7)$$

а эффективное значение коэффициента затухания L моды излучения имеет вид:

$$L = \iint \alpha(x, y) |\Psi(x, y)|^2 dx dy + \frac{1}{2l} \ln \left(\frac{1}{r_1 r_2} \right), \quad (2.8)$$

где l – длина резонатора, r_1 и r_2 – коэффициенты отражения его отражающих граней.

Локальная интенсивность оптического излучения $|\Psi(x, y)|^2$, которая входит в эти выражения, может быть получена путём решения уравнения Гельмгольца (5).

Скорости стимулированной и спонтанной эмиссии фотонов r_{st} и r_{sp} , а также локальный коэффициент поглощения излучения свободными носителями α зависят от локальной концентрации носителей и определяются следующими квантовомеханическими выражениями, полученными в приближении параболических зон на основе теории возмущений [92]:

$$r_{st}(\omega) = \sum_{i,j} \int C_0 k_{st} |M_{ij}|^2 D(E) [f_C^{(i)}(E) + f_V^{(j)}(E) - 1] \Lambda(E) dE, \quad (2.9)$$

$$r_{sp}(\omega) = \sum_{i,j} \int C_0 k_{sp} |M_{ij}|^2 D(E) f_C^{(i)}(E) f_V^{(j)}(E) \Lambda(E) dE, \quad (2.10)$$

$$\alpha = \alpha_n n + \alpha_p p. \quad (2.11)$$

В этих формулах n и p – концентрации, соответственно, электронов и дырок в активном слое полупроводника; α_n и α_p – постоянные коэффициенты, значение которых определяется выбором полупроводникового материала (GaAs); k_{st} и k_{sp} – масштабные множители для матричных элементов, соответственно, стимулированной и спонтанной эмиссии фотонов (по умолчанию в программе Dessis пакета Sentaurus TCAD они принимаются равными единице);

$$C_0 = \frac{\pi e^2}{n_r c \varepsilon_0 m_0^2 \omega}. \quad (2.12)$$

Индексы i и j соответствуют состояниям электронов и дырок в подзонах, отвечающих поперечному движению носителей заряда в резонаторе. $f_C^{(i)}(E)$ и $f_V^{(j)}(E)$ – это функции Ферми-Дирака, описывающие распределение носителей заряда по соответствующим состояниям в зоне проводимости и в валентной зоне соответственно:

$$f_C^{(i)}(E) = \left[1 + \exp \left(\frac{E_C + E_i + e\Phi_n + \frac{m_r}{m_n} E}{k_B T} \right) \right]^{-1}, \quad (2.13)$$

$$f_V^{(j)}(E) = \left[1 + \exp \left(\frac{E_V - E_j + e\Phi_p - \frac{m_r}{m_p} E}{k_B T} \right) \right]^{-1}, \quad (2.14)$$

где E_i и E_j – энергии состояний, занимаемых электронами и дырками в поперечных подзонах (рисунок 1.15), Φ_n и Φ_p – квазипотенциалы Ферми электронов и дырок ($\Phi_{n,p} = F_{n,p} / e$, где $F_{n,p}$ – соответствующая энергия Ферми).

Величина $D(E)$ в формулах (2.9), (2.10) представляет собой приведенную плотность состояний, а M_{ij} – это матричный элемент оператора импульса, который зависит от поляризации среды P_{ij} и определяется величиной интеграла перекрытия O_{ij} «поперечных» волновых функций носителей $\zeta_i(x)$ и $\zeta_j(x)$. В том случае, если резонатор лазера в направлении оси x представляет собой квантовую яму шириной l_x (см. раздел 3.2.2),

$$D(E) = \frac{m_r}{\pi \hbar^2 l_x}, \quad (2.16)$$

$$|M_{ij}|^2 = P_{ij} |O_{ij}|^2 \left(\frac{m_0}{m_n} - 1 \right) \frac{m_0 E_g (E_g + \Delta)}{12 \left(E_g + \frac{2}{3} \Delta \right)}, \quad (2.17)$$

$$O_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_i(x) \zeta_j^*(x) dx, \quad (2.18)$$

где Δ – энергия спин-орбитального взаимодействия.

Значения поляризационного множителя P_{ij} , которые используются в программе Dessis пакета Sentaurus TCAD, представлены в таблице 3.1, где

$$\cos^2 \psi = \frac{E_g + E_i + E_j}{E}, \quad E > E_g + E_i + E_j.$$

Таблица 2.1 – Значения поляризационного множителя P_{ij} матричного элемента (2.17).

	ТЕ-поляризация	ТМ-поляризация
C-НН	$\frac{3}{4}(1 + \cos^2 \psi)$	$\frac{3}{2} \sin^2 \psi$
C-LH	$\frac{5}{4} - \frac{3}{4} \cos^2 \psi$	$\frac{1}{2}(1 + 3 \cos^2 \psi)$

Формулы (2.9) и (2.10) можно использовать для расчёта скорости эмиссии фотонов и в случае широких резонаторов. Однако суммирование по под-

зонам в этом случае сводится к одному электронному и двум дырочным состояниям (для легких и тяжелых дырок), так как квантовомеханического квантования в поперечном направлении в таких резонаторах не наблюдается. Энергии подзон E_i и E_j в этом случае могут быть положены равными нулю:

$$E_i = E_j = 0, \quad (2.19)$$

$$O_{ij} = 1, \quad (2.20)$$

$$P_{ij} = 1, \quad (2.21)$$

а приведенная плотность состояний $D(E)$ в формулах (2.9) и (2.10) будет определяться соотношением:

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}. \quad (2.22)$$

Все остальные выражения в этом случае будут иметь тот же вид, что и в случае квантовой ямы.

Функция $\Lambda(E)$ в формулах (2.9) и (2.10) – это функция уширения энергетических уровней. Для расчёта этой функции в программе Dessis Sentaurus TCAD можно использовать одну из трёх моделей, каждая из которых обладает своими преимуществами и недостатками.

В модели лоренцева уширения предполагается, что вероятность обнаружения электрона или дырки в заданном состоянии экспоненциально затухает с течением времени [102]. При этом $\Lambda(E)$ равна

$$\Lambda(E) = \frac{\Gamma_0 / (2\pi)}{(E_g - \hbar\omega + E)^2 + (\Gamma_0 / 2)^2}, \quad (2.23)$$

где Γ_0 – естественная ширина энергетического уровня.

Альтернативная модель – модель Ландсберга – дает более узкие уровни асимметричной формы с функцией уширения

$$\Lambda(E) = \frac{\Gamma(E) / (2\pi)}{(E_g - \hbar\omega + E)^2 + (\Gamma(E) / 2)^2}, \quad (2.24)$$

где $\Gamma(E)$ определяется выражением

$$\Gamma(E) = \Gamma_0 \sum_{k=0}^3 a_k \left(\frac{E}{e\Phi_p - e\Phi_n} \right)^k, \quad (2.25)$$

$$a_0 = 1, \quad a_1 = -2.229, \quad a_2 = 1.458, \quad a_3 = -0.229.$$

Наконец, третья модель – модель гиперболического косинуса – также приводит к более узким уровням, уширение которых описывается функцией

$$\Lambda(E) = \frac{1}{4\Gamma_0 \cosh^2 \left(\frac{E}{2\Gamma_0} \right)}. \quad (2.26)$$

Выбор модели уширения уровней обычно производится из условия наилучшего совпадения результатов моделирования с экспериментальными данными. При этом естественная ширина энергетического уровня Γ_0 является подгоночным параметром всех трёх моделей и в программе Dessis должна быть определена пользователем.

Совместно с законом сохранения энергии, уравнением Пуассона, уравнениями непрерывности и теплопроводности уравнения (2.4) и (2.5) составляют систему фундаментальных уравнений математической модели полупроводниковых лазеров. При этом процессы излучательной рекомбинации оказываются тем связующим звеном, которое объединяет уравнения, описывающие оптические свойства лазеров, с выражениями, описывающими их электронные свойства.

Это приводит к тому, что скорости стимулированной и спонтанной эмиссии фотонов r_{st} и r_{sp} входят не только в уравнение (2.4) для числа фотонов $S(t)$ (посредством выражений (2.6) – (2.8)), но и в уравнения непрерывности, которые относятся к электронной подсистеме лазеров. При этом излучательная рекомбинация в уравнениях непрерывности характеризуется суммарной скоростью рекомбинации с образованием спонтанного излучения $R_{sp}(x, y)$:

$$R_{sp}(x, y) = \int_0^{\infty} r_{sp}(E) \rho_{opt}(E) dE, \quad (2.27)$$

где $\rho_{opt}(E)$ – это спектральная плотность лазерного излучения:

$$\rho_{opt}(E) = \frac{n_r^2 E^2}{\pi^2 \hbar^3 c^2}, \quad (2.28)$$

и суммарной скоростью рекомбинации с образованием вынужденного излучения $R_{st}(x, y)$:

$$R_{st}(x, y) = \sum_i r_{st}(\omega_i) S_{\omega_i} |\Psi_{\omega_i}(x, y)|^2, \quad (2.29)$$

которая учитывает возможность генерации излучения на разных модах.

2.2.2 Модель квантовой ямы

Если активная область лазера представляет собой квантовую яму (вдоль оси x), поперечное движение свободных носителей заряда в этой яме становится квантовым, в яме возникает система дискретных энергетических уровней (рисунок 1.16), и плотность состояний носителей начинает зависеть от их местоположения в поперечной плоскости. В этом случае при моделировании характеристик лазера возникает необходимость расчета волновых функций $\zeta_i(x)$, описывающих поперечное движение носителей в квантовой яме [см. формулы (2.16) – (2.18)].

Благодаря специфическому строению гетеропереходов эти волновые функции и соответствующие уровни энергии E_i поперечных подзон могут быть найдены в приближении прямоугольной потенциальной ямы, исходя из стационарного уравнения Шрёдингера

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{m(x)} \frac{\partial}{\partial x} \right) + V(x) - E_i + \frac{\hbar^2 k_t^2}{2m(x)} \right) \zeta_i(x) = 0, \quad (2.30)$$

где $k_t = \sqrt{2mE} / \hbar$.

При этом собственные функции оператора, стоящего в левой части этого уравнения, могут быть представлены в виде [102]:

$$\zeta_1(x) = C_1 \begin{cases} \cos\left(\frac{\kappa l_x}{2}\right) e^{-\gamma(|x| - l_x/2)}, & |x| > l_x/2, \\ \cos(\kappa x), & |x| \leq l_x/2; \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\zeta_2(x) = C_2 \begin{cases} \pm \sin\left(\frac{\kappa l_x}{2}\right) e^{-\gamma(|x| - l_x/2)}, & |x| > l_x/2, \\ \sin(\kappa x), & |x| \leq l_x/2, \end{cases} \quad (2.32)$$

а подстановка этих функций в уравнение (2.30) приводит к следующим уравнениям для собственных значений этого оператора:

$$\gamma - \frac{m_b}{m_w} \kappa \operatorname{tg}\left(\kappa \frac{l_x}{2}\right) = 0, \quad (2.33)$$

$$\gamma - \frac{m_b}{m_w} \kappa \operatorname{ctg}\left(\kappa \frac{l_x}{2}\right) = 0, \quad (2.34)$$

где

$$\kappa = \frac{\sqrt{2m_b E}}{\hbar}, \quad (2.35)$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2m_w(\Delta E_c - E_i)}}{\hbar}. \quad (2.36)$$

Эти собственные функции и собственные значения могут быть рассчитаны самосогласованным образом в программе Dessis пакета программ Sentaurus TCAD. Они позволяют вычислить интеграл перекрытия волновых функций (2.18) и энергетический спектр носителей в поперечных подзонах E_i . При этом эффективные массы носителей m_b и m_w (вне и внутри ямы) и глубина ямы ΔE_c определяются в программе Dessis выбором материала, а в процессе вычислений могут быть учтены эффекты рассеяния зарядов, захваченных и не захваченных в квантовую яму [103], а также эффекты, связанные с появлением упругих напряжений на границах раздела гетероструктуры [104].

Знание волновых функций и энергетического спектра носителей позволяет вычислить концентрацию двумерного газа электронов и дырок по формулам [102]:

$$n(x) = N_n^{2D} \sum_i |\zeta_i(x)|^2 F_1(\mu_n - E_i), \quad (2.37)$$

$$p(x) = N_{hh}^{2D} \sum_j |\zeta_j(x)|^2 F_1(\mu_p - E_{hh}^{(j)}) + N_{lh}^{2D} \sum_m |\zeta_m(x)|^2 F_1(\mu_p - E_{lh}^{(m)}). \quad (2.38)$$

В этих формулах $F_1(x)$ – это интеграл Ферми 1-го порядка, μ_n и μ_p – химические потенциалы, соответственно, электронов и дырок, а индексы lh и hh относятся, соответственно, к легким и тяжелым дыркам.

Эффективные плотности состояний N_n^{2D} , N_{lh}^{2D} и N_{hh}^{2D} в формулах (2.37), (2.38) определяются выражениями:

$$N_n^{2D} = \frac{k_B T m_n}{\hbar^2 \pi d_x}, \quad (2.39)$$

$$N_{lh/hh}^{2D} = \frac{k_B T m_{lh/hh}}{\hbar^2 \pi d_x}. \quad (2.40)$$

2.2.3 Расчётная схема. Методы определения длины волны и мощности излучения

Система фундаментальных уравнений, описанная в разделе 2.2.1, решается в программе Dessis численными методами, по схеме, представленной на рисунке 2.1 [92]. При этом вычисление длины волны лазера производится отдельно, с учётом существования решения уравнения Гельмгольца (2.5), на основе выражения для собственных частот резонатора Фабри-Перо:

$$\omega_i = \frac{\pi c}{l \sqrt{\varepsilon_r}} i. \quad (2.41)$$

В формуле (2.41) i – это целое число, равное числу длин волн, которые укладываются на длине l резонатора. В лазерных резонаторах это число обычно достигает очень большой величины (порядка тысячи), что свидетельствует о малости длины волны излучения (порядка нескольких нанометров) по сравнению с длиной резонатора.

Основная мода излучения определяется путём варьирования числа i , из условия максимизации коэффициента усиления излучения $G(\omega)$, определяемого выражением (2.6).

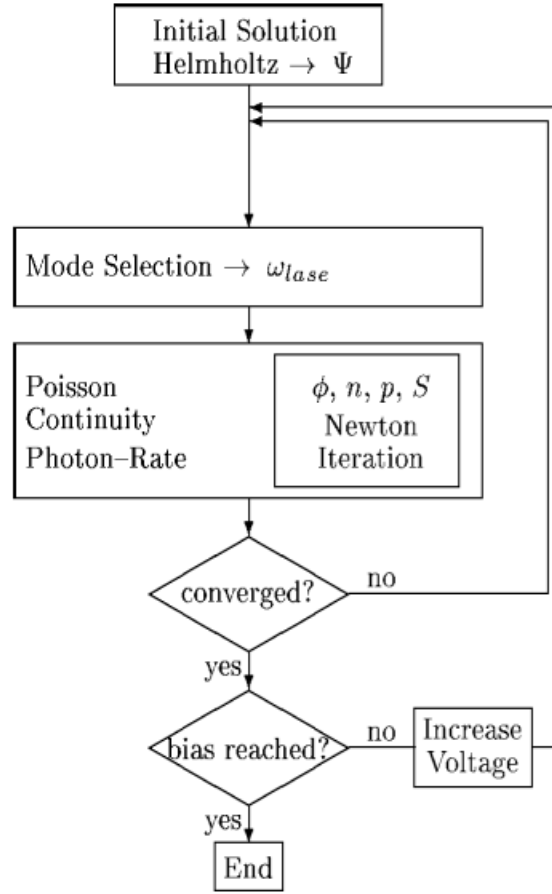


Рисунок 2.1 – Схема решения фундаментальных уравнений, описывающих работу полупроводникового лазера

Выходная мощность излучения вычисляется путём интегрирования потока энергии (вектора Умова-Пойнтинга), переносимой в направлении оси z через одну из граней резонатора. Для моды излучения с частотой ω , выводимого через поверхность 1 резонатора это приводит к следующему выражению для выходной мощности (в пересчёте на единицу площади) [102]:

$$P_1(t) = S(t) \frac{\hbar \omega c}{2l\sqrt{\epsilon_r}} \ln\left(\frac{1}{r_1 r_2}\right) \frac{(1-r_1)\sqrt{r_2}}{(\sqrt{r_1} + \sqrt{r_2})(1-\sqrt{r_1 r_2})}. \quad (2.42)$$

Мощность излучения, выводимого через поверхность 2 резонатора, будет определяться тем же выражением (2.42), в котором индексы 1 и 2 переставлены местами.

2.2.4 Определение дальнего поля

Дальнее поле является одной из важнейших характеристик лазеров и определяет расходимость лазерного пучка, излучаемого прибором. Дальнее поле имеет смысл рассматривать на расстоянии

$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda}, \quad (2.43)$$

где λ – длина волны излучения, а D – максимальные размеры профиля ближнего поля, т.е. профиля лазерного излучения непосредственно на выходе из прибора. Так, для ближнего поля размерами 2×2 мкм и длины волны $\lambda = 1$ мкм дальнее поле имеет смысл рассматривать на расстоянии $r \geq 8$ мкм.

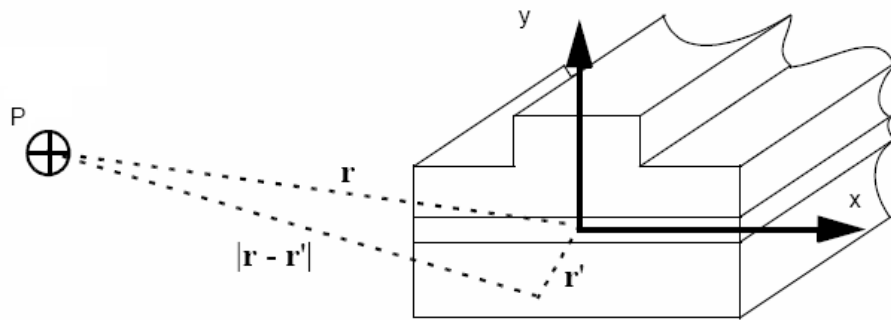


Рисунок 2.2 – Система координат, используемая при определении дальнего поля

Система координат, используемая при определении дальнего поля в пакете Sentaurus TCAD, представлена на рисунке 2.2. Начало координат этой системы удобно поместить в центр лазерной грани, так, чтобы координата этой грани z была равна нулю. Расстояние между точкой наблюдения излучения P и точкой, которая является источником излучения на лазерной грани, равно $|\vec{r} - \vec{r}'|$.

Электрическое поле оптического излучения на расстоянии r от лазера равно [105]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\int [\nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{M}(\vec{r}')] d\vec{r}', \quad (2.44)$$

где $\vec{G}$ – соответствующая функция Грина, $\vec{M}$ – эквивалентный источник магнитного поля, определяемый ближним полем $\vec{E}_{near}(\vec{r}')$ лазерной моды:

$$\vec{M}(\vec{r}') = -2\vec{e}_z \times \vec{E}_{near}(\vec{r}'), \quad (2.45)$$

где $\vec{e}_z$ – единичный вектор, направленный вдоль оси z .

В области дальнего поля излучение лазера можно рассматривать как плоскую волну, поэтому

$$\nabla \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') = ik\vec{e}_r \times \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}'), \quad (2.46)$$

где единичный вектор

$$\vec{e}_r = \vec{e}_x \sin \theta \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \theta \sin \varphi + \vec{e}_z \cos \theta. \quad (2.47)$$

Кроме того, можно считать, что $|\vec{r} - \vec{r}'| \approx r$ для амплитуды этой волны, и $|\vec{r} - \vec{r}'| \approx r - \vec{e}_r \cdot \vec{r}'$ для ее фазы.

Исходя из этих предположений, из (2.44) можно получить формулы, применимые как для векторных, так и скалярных вычислений дальнего поля.

Вектор дальнего поля (2.44) может быть представлен [105] как

$$\begin{aligned} \vec{E}(r, \theta, \varphi) = & -\frac{ike^{ikr}}{4\pi r} \left\{ 2\vec{e}_x \cos \theta \iint E_{near(x)}(x', y') e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} dx' dy' + \right. \\ & + 2\vec{e}_y \cos \theta \iint E_{near(y)}(x', y') e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} dx' dy' - \\ & \left. - 2\vec{e}_z \sin \theta \iint [E_{near(x)}(x', y') \cos \varphi + E_{near(y)}(x', y') \sin \varphi] e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} dx' dy' \right\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

где $E_{near(x)}$ и $E_{near(y)}$ – соответствующие компоненты ближнего поля.

Используя обозначения

$$\sin \Theta_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad (2.49)$$

$$\sin \Theta_y = \sin \theta \sin \varphi, \quad (2.50)$$

из (2.48) получаем следующее выражение для скалярной относительной интенсивности дальнего поля:

$$I_{far}(\Theta_x, \Theta_y) = \left(1 - (\sin^2 \Theta_x + \sin^2 \Theta_y) \right) \left| \iint \Phi(x, y) e^{ik_0(x \sin \Theta_x + y \sin \Theta_y)} dx dy \right|^2. \quad (2.51)$$

В этом выражении величина Φ представляет собой скалярное ближнее поле и может быть выражена через $E_{near(x)}$ (ТЕ-волна) или $E_{near(y)}$ (ТМ-волна), которые входят в (2.48).

Величины Θ_x и Θ_y имеют смысл углов наблюдения излучения, которые отсчитываются от оси z , как это показано на рисунке 2.

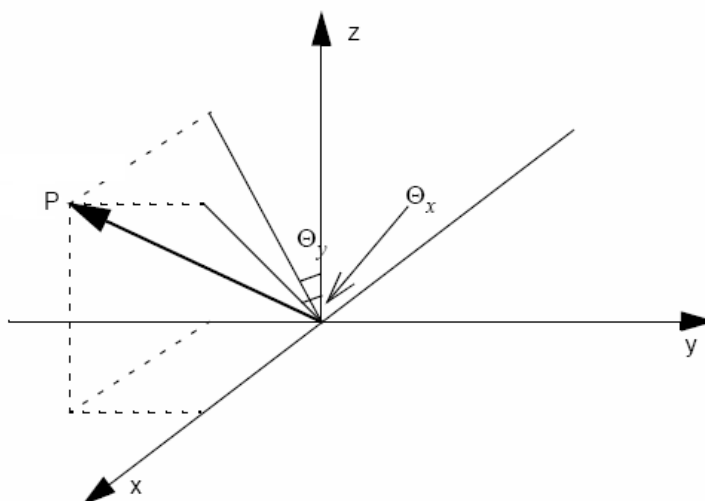


Рисунок 2 – Определение углов наблюдения дальнего поля

3 МЕТОДИКА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДГС ЛАЗЕРОВ

3.1 Последовательность решения задач при имитационном моделировании полупроводниковых лазеров

Процедуры, которые используются при имитационном моделировании полупроводниковых лазеров (рисунок 3.1), во многом аналогичны тем, которые используются при моделировании обычных полупроводниковых приборов. Прежде всего, в графическом редакторе Mdraw или Devise рисуется структура прибора, и обозначаются области легирования (Profiles) и области размещения дополнительных сеток (Refinements). Затем Mdraw или Devise генерирует сетку и данные об уровне легирования в её узлах. Эти данные сохраняются, соответственно, в файле сетки (с расширением .grd) и в файле с данными о примеси (с расширением .dat). Вместо того чтобы кропотливо прорисовывать структуру прибора в графическом редакторе, пользователь имеет возможность написать сценарий (скрипт) для создания структуры и сетки в автоматическом режиме. Это дает возможность провести параметризацию размеров прибора, сочетания материалов и областей их легирования. В дальнейшем такая параметризация может быть использована в программной среде оболочки GENESISe для контроля выполнения пакетных заданий и автоматической оптимизации работы компьютера путем изменения соответствующих параметров. После разработки структуры прибора пользователь может использовать любой текстовый редактор, чтобы написать командный файл Dessis и отредактировать файл с параметрами.

Файл с параметрами (с расширением .par) по умолчанию содержит полный список значений таких характеристик материалов, как ширина запрещенной зоны, удельная теплопроводность, скорость рекомбинации, характеристики ловушек, эффективная масса, подвижность носителей и т.д. Пользователь может отредактировать любой из этих параметров. Командный файл Dessis (des.cmd) содержит список команд, необходимых для проведения

имитационного моделирования. Если пользователь проводит одномерное, двумерное или трехмерное моделирование, меняются только файл сетки и файл с данными об уровне легирования. Командный файл Dessis и файл с параметрами остаются неизменными.



Рисунок 3.1 – Последовательность решения задач при имитационном моделировании работы лазера

После завершения моделирования программа Dessis сохраняет конечные результаты в текущий файл (с расширением .plt) и в файл с данными для построения графиков (с расширением .dat). Эти результаты могут быть ви-

зуализированы и проанализированы, при помощи программ Inspect и Tecplot-ISE соответственно. Если пользователь в командном файле Dessis определяет некоторые дополнительные вычисления, такие, например, как расчеты дальнего поля, сохраняется дополнительный файл с соответствующими результатами, который также может быть визуализирован в Inspect или Tecplot-ISE в зависимости от типа файла.

Все упомянутые процедуры можно контролировать при помощи оболочки GENESISe (рисунок 3.1), которая позволяет также управлять заданиями по сети и производить экстракцию определенных результатов моделирования. Эта же оболочка может быть использована для автоматической обработки результатов с целью оптимизации прибора.

3.2 Особенности работы программы Dessis при моделировании полупроводниковых лазеров

Численное моделирование работы полупроводниковых лазеров осуществляется при помощи программы Dessis. Эта программа позволяет использовать различные модели полупроводниковых лазеров, которые основаны на самосогласованном решении дрейфово-диффузионных или гидродинамических уравнений переноса для носителей заряда, уравнения Шрёдингера (2.30) для учета квантовых эффектов в квантовых ямах (КЯ), уравнения (2.4) для скорости генерации оптического излучения и уравнения Гельмгольца (2.5) как в квазистационарных, так и в переходных режимах работы лазеров. При этом спонтанная и вынужденная излучательные рекомбинации рассчитываются как в активных, так и в пассивных областях полупроводников согласно (2.9) и (2.10) и вносят вклад в качестве двух основных механизмов рекомбинации в уравнения непрерывности, а также в коэффициенты усиления $G(\omega)$ и интенсивность спонтанного излучения $T_{sp}(\omega)$, входящие в уравнение (2.4) для скорости рождения фотонов.

В программе Dessis могут моделироваться как обычные лазеры, так и лазеры на КЯ. При этом в случае моделирования лазеров на КЯ автоматиче-

ски принимается во внимание зависимость элементов оптической матрицы (2.17) от поляризации.

Зоны в КЯ рассчитываются путем решения уравнения Шрёдингера (2.30) в прямоугольной потенциальной яме в приближении эффективной массы носителей или на основе более продвинутого к.р.-метода [92, 105, 106]. При этом могут быть приняты во внимание явления деформации кристалла [104, 106], а распределение носителей в яме определяется, исходя из квантовомеханических волновых функций и плотности состояний в КЯ (см. раздел 2.2.2).

Для описания переноса носителей в неквантованном направлении (вдоль КЯ) в программе Dessis используется дрейфово-диффузионное приближение. Для описания переноса носителей в направлении квантования (т.е. в поперечном по отношению к КЯ направлении) в этой программе доступны две транспортные модели: простая и улучшенная.

Простая транспортная модель предполагает наличие термоэлектронной эмиссии (Thermionic) на гетерограницах, образующих потенциальную яму (процессы ТЕ на рисунке 3.2). При этом считается, что все носители заряда захватываются в яму и рекомбинируют. В улучшенной модели дискретное распределение носителей по состояниям в КЯ и непрерывное распределение в полупроводнике рассматриваются отдельно [103], а перенос носителей в направлении, перпендикулярном яме, трактуется следующим образом (рисунок 3.2).

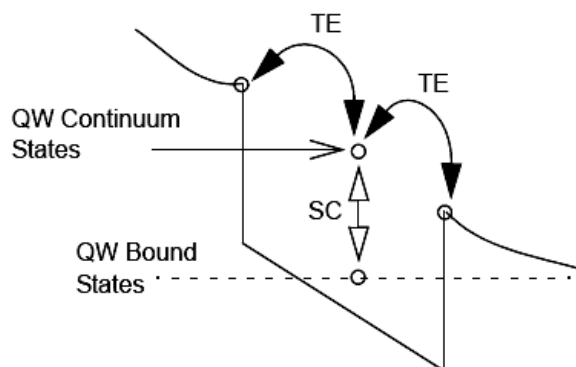


Рисунок 3.2 – Транспортная модель переноса носителей в КЯ (ТЕ – термоэлектронная эмиссия, SC – рассеяние носителей)

КЯ рассматривается как точечный источник рекомбинации, в котором одновременно содержатся и непрерывные (Continuum States), и связанные (Bound States) состояния. Предполагается, что эти состояния отличаются друг от друга положением квазиуровня Ферми. Это приводит к необходимости раздельного решения уравнений переноса для непрерывного спектра и связанных состояний. При этом транспорт носителей из областей, которые находятся вне ямы, в области непрерывного спектра, которые находятся в яме, моделируется при помощи термоэлектронной эмиссии (процессы TE на рисунке 3.2), а переходы носителей из непрерывного спектра КЯ в связанные состояния трактуется как рассеяние (процессы SC на рисунке 3.2), которое, по сути, представляет собой рассеяние носителей заряда на носителях и на оптических фононах. Связанные состояния в КЯ находятся путем решения соответствующего уравнения Шредингера. А фракции носителей дискретного и непрерывного спектров рассчитываются в Dessis самосогласованным образом, на основе дополнительных уравнений рассеяния [92, 103], учитывающих процессы рассеяния свободных носителей на носителях и на оптических фононах.

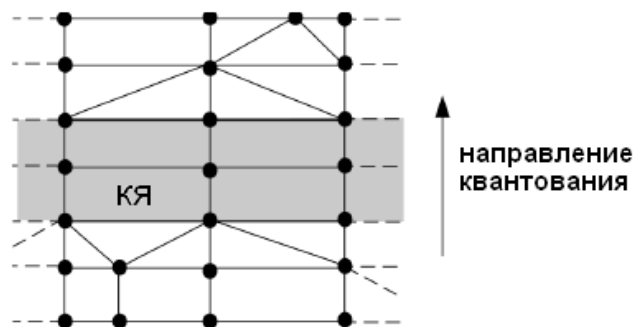


Рисунок 3.3 – «Трехточечная» сетка, используемая программой Dessis при моделировании переноса носителей в КЯ

Описанная трактовка переноса носителей в КЯ (рисунок 3.2) требует особого построения сетки в этой области. А именно, в программе Dessis для моделирования этого переноса используется так называемая «трехточечная» сетка (рисунок 3.3). Вследствие этого при нанесении сетки на КЯ в програм-

ме Mdraw или Devise необходимо позаботиться о том, чтобы эта сетка содержала только три линии, параллельные краям ямы, чтобы две из этих линий совпадали с ее краями, а третья находилась в середине ямы, и чтобы эта сетка не содержала так называемых «треугольников».

3.3 Синтаксис командного файла Dessis

Итак, основные особенности имитационного моделирования лазеров, которые отличают его от моделирования обычных полупроводниковых приборов, заключаются в следующем:

- для определения оптических характеристик лазеров необходимо решать уравнение Гельмгольца (2.5);
- чтобы объединить электронную и оптическую части задачи, в расчетную схему должно быть включено уравнение (2.4) для скорости рождения фотонов;
- процессы переноса носителей заряда в КЯ должны обрабатываться особым образом, так как эти носители не находятся в «дрейфово-диффузионном» режиме движения.

Благодаря этому для активации лазерной имитации в исполняемый (командный) файл Dessis должен быть включен новый синтаксис, который, в основном, и рассматривается в настоящем разделе.

Командный файл Dessis (как правило, `des.cmd`) позволяет полностью контролировать весь процесс моделирования, что подразумевает возможность: 1) выбора типа численного решателя, 2) определения физики, которая будет заложена в модель, и 3) выбора уравнений, предназначенных для совместного решения. Такая фундаментальная структура файла предоставляет неограниченные возможности для расширения программного пакета с целью включения в него новых особенностей уже существующих приборов, новых моделей, и даже новых приборов.

Самый быстрый способ знакомства с синтаксисом командного файла состоит в рассмотрении какого-либо примера, который пользователь может

скопировать и изменить, исходя из своих потребностей. Поэтому ниже представлены два таких примера, предназначенные для моделирования ДГС лазеров (знак # в командном файле Dessis означает, что любой текст, следующий за этим знаком обрабатывается как комментарий или как директива препроцессора [например, в связке #if ...]; знак * означает, что текст, следующий за этим знаком представляет собой комментарий и не исполняется).

3.3.1 Командный файл Dessis при имитационном моделировании полупроводникового лазера с использованием простой сетки

В этом примере одна и та же сетка используется для решения оптической и электрической части задачи. Оптическая часть решается оптическим решателем, а электрическая – путем численного решения обычных уравнений переноса в полупроводнике.

Синтаксис командного файла Dessis в этом случае будет иметь следующий вид¹:

```
# ----- Командный файл Dessis для моделирования лазеров -----  
  
# ----- Определение начальных условий на контактах -----  
Electrode {  
  { Name="p_Contact" voltage=0.8 AreaFactor = 200 }  
  { Name="n_Contact" voltage=0.0 AreaFactor = 200 }  
}  
  
# ----- Определение файлов для чтения и сохранения параметров и результатов -----  
File {  
  # ----- Задание файла сетки и файла с данными о легировании -----  
  Grid = "mesh_mdr.grd"  
  Doping = "mesh_mdr.dat"  
  # ----- Задание файла с характеристиками материала -----  
  Parameters = "des_las.par"  
  # ----- Определение файлов для вывода результатов моделирования. Наличие  
  # таких команд частично активирует процедуру сохранения результатов -----  
  Current = "current"  
  Output = "log"  
  Plot = "multiqw_plot"  
  # ----- Опция для сохранения кривых усиления -----  
  # ModeGain = "gain"
```

¹ В пример, для ознакомления, включены также некоторые команды, которые используются при моделировании VCSEL-лазеров. Эти команды «закомментированы» при помощи символа #.

```

# ----- Опции для сохранения оптических характеристик -----
# SaveOptField = "laserfield"
# VCSELNearField = "vcselfield"      # только для VCSEL-лазеров
OptFarField = "farfield"              # активация расчетов дальнего поля
# ----- Опция для загрузки извне уже сгенерированного оптического поля -----
# OptField0 = "external_mode_0"
# OptField1 = "external_mode_1"
}

# ----- Виртуальная экстракция переменных -----
Plot {
# ----- Обычные переменные Dessis -----
Doping
xMoleFraction yMoleFraction
DonorConcentration AcceptorConcentration
ElectronAffinity
BandGap
ConductionBandEnergy ValenceBandEnergy
EffectiveIntrinsicDensity
eDensity hDensity
eMobility hMobility
eQuasiFermi hQuasiFermi
eGradQuasiFermi hGradQuasiFermi
eCurrent hCurrent TotalCurrent
eCurrent/vector hCurrent/vector TotalCurrent/vector
ElectricField
Potential SpaceCharge
SRH Auger
RefractiveIndex
Dielectric/Element
# ----- Специальные переменные для моделирования лазера -----
QWeDensity QWhDensity
QWeQuasiFermi QWhQuasiFermi
MatGain
LaserIntensity
OpticalIntensityMode0
OpticalIntensityMode1
OpticalPolarizationAngleMode0
OpticalPolarizationAngleMode1
}

Physics {
AreaFactor = 2 # для симметричного случая
# ----- Команда Laser активирует моделирование лазера -----
Laser(
# ----- Определение оптического решателя -----
Optics(
# ----- Векторный решатель методом конечных элементов -----
# Скалярный решатель активируется командой FEScalar
FEVectorial(EquationType = Waveguide # или Cavity
Symmetry = Symmetric                # или NonSymmetric, или Periodic
LasingWavelength = 800               # [nm]
TargetEffectiveIndex = (3.4 3.34)    # начальное значение
#Polarization = (TE TM)              # только для скалярного решателя
#AzimuthalExpansion = (0 1)          # для VCSEL-лазеров
Boundary = ("Type2" "Type1")         # выбор граничных условий
ModeNumber = 2                       # до 10 мод
)
)
}

```

```

# VCSEL(NearField(10.0 0 50)) # для VCSEL-лазеров
TransverseModes          # для моделирования бокового эмиттера
CavityLength = 900        # [micron]
IFacetReflectivity = 0.9   # коэффициент отражения левого зеркала
rFacetReflectivity = 0.4   # коэффициент отражения правого зеркала
OpticalLoss = 10.0        # [1/cm]
WaveguideLoss             # активация воздействия излучения на потери

# ----- Выбор функции (только одной), описывающей уширение спектральной линии -----
# Broadening (Type=Landsberg Gamma=0.010) # Gamma в [eV]
# Broadening (Type=CosHyper Gamma=0.010)
Broadening (Type=Lorentzian Gamma=0.010)

# ----- Нелинейная модель насыщения коэффициента усиления -----
# Broadening(Type = LorentzianSat
# Gamma = 4.39e-4          # уширение [eV]
# eIntrabandRelTime = 1e-13 # время релаксации электронов
# hIntrabandRelTime = 1e-13 # время релаксации дырок
# PolarizationRelTime = 3e-12 # время релаксации поляризации
# )

# ----- Определение физики в КЯ -----
qwTransport
qwExtension = AutoDetect # автоматическое считывание ширины КЯ
qwScatmodel
QWeScatTime = 8e-13      # [s]
QWhScatTime = 4e-13      # [s]
eQWMobility = 9200       # [cm^2/Vs]
hQWMobility = 400        # [cm^2/Vs]

# ----- Учет эффектов, связанных с деформацией КЯ -----
Strain

# ----- Вынужденное и спонтанное усиление можно масштабировать независимо -----
StimScaling = 1.0
SponScaling = 1.0

# ----- Определение зависимостей для коэффициента преломления ----
RefractiveIndex(TemperatureDep CarrierDep)
)

# ----- Задание физики транспорта носителей -----
Thermionic          # термоэлектронная эмиссия на границах
HeteroInterfaces    # ликвидирует разрывы зоны и квазиуровня Ферми
Mobility ( DopingDep )
Recombination ( SRH Auger )
EffectiveIntrinsicDensity ( NoBandGapNarrowing )
Fermi

# ----- Опции, включающие расчет температурных эффектов -----
# Thermodynamic
# Hydrodynamic
# RecGenHeat
}

# ----- Можно задать физику для каждой области в отдельности -----
Physics (region="pbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="nbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="psch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="nsch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="barr") { MoleFraction(xfraction=0.09) }

# ----- Квантовая яма -----
Physics (region="qw1") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active      # команда, определяющая активную область
}

```

```

Physics (region="qw2") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active
}

# ----- Выбор и контроль численных методов -----
Math {
Digits = 5
Extrapolate
Method = pardiso      # pardiso - это параллельный спаренный решатель
ErReff(electron) = 1.e3
ErReff(hole) = 1.e3
Iterations = 30
Notdamped = 50
RelErrControl
ElementEdgeCurrent
# Cylindrical          # в случае цилиндрической симметрии
}

# ----- Команды для решателя, определяющие, что взаимосвязано и как решать -----
Solve {
# ----- Получение начальных значений методом итераций Ньютона -----
Poisson
coupled {Hole Electron QWhScatter QWeScatter Poisson }
coupled {Hole Electron QWhScatter QWeScatter Poisson PhotonRate}
# ----- Изменение напряжения -----
quasistationary (
# ----- Определение шага изменения напряжения -----
InitialStep = 0.001
MaxStep = 0.05
Minstep = 1e-5
# ----- Сохранение виртуальных (Plot) переменных через заданные интервалы времени -----
# Plot { range=(0,1) intervals=1}
# --- Вывод данных о коэффициенте усиления в зависимости от энергии фотонов ---
# PlotGain { range=(0,1) intervals=5}
# PlotGainPara{range=(1.22,1.32) intervals=150}
# --- Вывод данных о поперечном ближнем поле для VCSEL-лазеров ---
# VCSELNearField { range=(0,1) intervals=1}
# --- Вывод данных о дальнем поле -----
PlotFarField{range=(0,1) intervals=1}
PlotFarFieldPara{range=(40,60) intervals=40 Scalar1D Scalar2D Vector2D}
# --- Сохранение оптического поля ---
# SaveOptField { range=(0,1) intervals=1}
# ----- Определение конечного значения изменяющегося напряжения -----
Goal {name="p_Contact" voltage=1.8})
{
# ----- Итерации Гуммеля для самосогласования оптической части -----
Plugin(BreakOnFailure){
# --- Итерации Ньютона для связанных уравнений -----
Coupled { Electron Hole Poisson QWeScatter QWhScatter
PhotonRate }
Optics
Wavelength
}
}
}

```

```
# ----- При 1.8V выполняется переходное моделирование -----
transient (
InitialTime = 0.0
FinalTime = 1.0e-6 # [s]
InitialStep = 1e-5
MaxStep = 1e-3
MinStep = 1e-8 )
{
Plugin(BreakOnFailure){
Coupled { Electron Hole Poisson QWeScatter QWhScatter
PhotonRate }
# Optics
# Wavelength
}
}
}
```

Остановимся на некоторых дополнительных пояснениях по поводу этого примера:

- Структура любого командного файла Dessis содержит обязательные разделы Electrode, File, Plot, Math, Physics и Solve. В рамках каждого из этих разделов могут быть определены дополнительные подразделы, что позволяет использовать объектно-ориентированный подход для определения различных параметров прибора и моделирования.

- В разделе Electrode команда AreaFactor задает масштабный коэффициент, позволяющий при двумерном моделировании определить размеры прибора в направлении, перпендикулярном плоскости моделирования (по умолчанию 1 микрон).

- В раздел File должно быть включено соответствующее ключевое слово для активизации какой-либо специальной опции. Например, Dessis сохранит оптическое поле только в том случае, если в этот раздел будет включена команда SaveOptField.

- В разделе Plot в примере приведен список стандартных переменных Dessis (более полный список можно найти в руководстве Sentaurus TCAD [92]) и переменные, используемые только при моделировании лазеров.

- В разделе Physics команда Laser активирует моделирование лазеров. Основные различия между разными типами такого моделирования связаны с выбором оптического решателя. В представленном примере, например, ко-

манда FEVectorial активирует использование векторного решателя, в основу работы которого положен метод конечных элементов. Другими возможными типами оптического решателя являются FEScalar, RayTrace, TMM1D, и EffectiveIndex, более подробное описание которых можно найти в руководстве Sentaurus TCAD [92].

- В подразделе Laser раздела Physics пользователь может выбрать различные функции для описания уширения спектральных линий. Описания этих функций, нелинейной модели режима насыщения коэффициента усиления и параметров потенциальной ямы также можно найти в руководстве Sentaurus TCAD [92], а также в главе 2 настоящей монографии.

- В раздел Physics могут быть включены команды, позволяющие переключиться между термодинамической или гидродинамической системой уравнений. Чтобы рассчитать, например, поле температур, необходимо ввести в этот раздел команду thermode и включить в командном файле (в разделе Solve, Coupled) решение соответствующего уравнения (этого уравнения нет в рассмотренном примере). Детальное описание того, как это сделать, можно найти в руководстве Sentaurus TCAD [92].

- Раздел Math позволяет выбрать один из методов численных вычислений: pardiso, ils, super, umf, slip. Пользователь может попытаться использовать разные методы, чтобы понять, какой из них является самым быстрым и самым точным в каждом конкретном случае (подробнее см. в руководстве Sentaurus TCAD [92]).

- В подразделе quasistationary раздела Solve величина шага выражена числом между 0 и 1, которые относятся к фактическим значениям напряжения, определяющим диапазон его изменения. Например, в случае, рассмотренном в примере, начальное напряжение на приборе равно 0.8 V (см. раздел Electrode) и равномерно увеличивается до 1.6 V (см. команду Goal в подразделе quasistationary). Поэтому безразмерный шаг, выбранный из диапазона [0, 1], соответствует изменению напряжения в диапазоне [0.8, 1.6] V.

- В подразделе quasistationary раздела Solve ключевое слово Coupled означает, что внесенные в список уравнения будут решаться методом итераций Ньютона. Чтобы включить в процесс самосогласованных вычислений методом итераций Гуммеля решение каких-либо других уравнений (в нашем случае это Wavelength и Optics), используется опция Plugin. Если ожидается, что длина волны или оптические характеристики не будут изменяться при изменении напряжения, они могут быть исключены из расчетов («закомментированы» при помощи знака # или *) подобно тому, как это сделано при выполнении команды transient в конце рассмотренного примера.

3.3.2 Командный файл Dessis при имитационном моделировании полупроводникового лазера с использованием двойной сетки

В некоторых случаях пользователю могут потребоваться разные размеры сеток, предназначенных для решения оптической и электрической части задачи. В частности, для обеспечения удовлетворительной точности вычислений при решении оптической части сетка, как правило, должна содержать не менее 20 узлов на длину волны, в то время как такая дискретизация может оказаться избыточно мелкой для решения электрической части задачи. В этом случае можно использовать возможность моделирования с использованием двойной сетки. Эта возможность появляется благодаря наличию так называемого смешанного режима моделирования в Dessis, где самосогласованным образом может быть проведено моделирование нескольких приборов, соединенных в электрическую цепь. Синтаксис, который можно при этом использовать, представлен в следующем примере:

```
# ----- Командный файл Dessis для моделирования лазеров с двойной сеткой -----  
  
File {  
  Output = "dual_log"  
}  
  
# ----- Выбор и контроль численного метода для смешанного режима -----  
Math {  
  # ----- Отличия при использовании двойной сетки -----  
  NoAutomaticCircuitContact
```

```

DirectCurrentComputation
Method = blocked
Submethod = pardiso
# ----- Остальная часть не отличается от случая использования обычной сетки -----
Digits = 5
Extrapolate
ErReff(electron) = 1.e3
ErReff(hole) = 1.e3
Iterations = 30
Notdamped = 50
RelErrControl
ElementEdgeCurrent
}

# ===== Определение оптической сетки =====
# ----- Используется ключевое слово OpticalDevice -----
OpticalDevice optgrid {
File {
# ----- Чтение информации об оптической сетке -----
Grid = "optmesh_mdr.grd"
Doping = "optmesh_mdr.dat"
Parameters = "des_las.par"
}

Plot {
LaserIntensity
OpticalIntensityMode0
}

# ----- Физика для различных областей -----
Physics (region="pbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="nbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="psch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="nsch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="barr") { MoleFraction(xfraction=0.09) }

# ----- Квантовая яма -----
Physics (region="qw1") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active
}
Physics (region="qw2") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active
}
}

# ===== Конец определения оптической сетки =====

# ===== Определение электрической сетки и информации о решателе =====
# ----- Используется ключевое слово Dessis -----
Dessis electricaldev {
Electrode {
{Name="p_Contact" voltage=0.8 AreaFactor = 200}
{Name="n_Contact" voltage=0.0 AreaFactor = 200}
}

File {
# ----- Чтение информации об электрической сетке -----
Grid = "elecmesh_mdr.grd"
Doping = "elecmesh_mdr.dat"
Parameters = "des_las.par"
}
}

```

```

Current = "elec_current"
Plot = "elec_plot"
SaveOptField = "laserfield"
ModeGain = "gain"
}

Plot {
# ----- Аналогично обычной сетке может включать длинный список -----
LaserIntensity
OpticalIntensityMode0
}

Physics {
AreaFactor = 2 # учет симметрии прибора
# ----- Определение лазерного моделирования, аналогичное случаю с простой сеткой -----
Laser(
Optics(
FEVectorial(EquationType = Waveguide
Symmetry = Symmetric
LasingWavelength = 800
TargetEffectiveIndex = (3.4 3.32)
Boundary = ("Type2" "Type1")
ModeNumber = 2
)
)
TransverseModes
CavityLength = 900 # [micron]
lFacetReflectivity = 0.9 # коэффициент отражения левого зеркала
rFacetReflectivity = 0.4 # коэффициент отражения правого зеркала
OpticalLoss = 10.0 # [1/cm]
WaveguideLoss # активация воздействия оптического излучения на потери
# ----- Описание уширение спектральных линий, аналогичное случаю с обычной сеткой ---
Broadening (Type=Lorentzian Gamma=0.10) # [eV]
# ----- Описание параметров КЯ, аналогичное случаю с обычной сеткой -----
qwTransport
qwExtension = AutoDetect # автоматическое считывание информации о ширине КЯ
qwScatmodel
QWeScatTime = 8e-13 # [s]
QWhScatTime = 4e-13 # [s]
eQWMobility = 9200 # [cm^2/Vs]
hQWMobility = 400 # [cm^2/Vs]
# ----- Учет эффектов, связанных с деформацией КЯ -----
Strain
# ----- Вынужденное и спонтанное усиление можно масштабировать независимо -----
StimScaling = 1.0
SponScaling = 1.0
# ----- Определение зависимостей для коэффициента преломления ----
RefractiveIndex(TemperatureDep CarrierDep)
)
# ----- Задание физики транспорта носителей -----
Thermionic
HeteroInterfaces
Mobility ( DopingDep )
Recombination ( SRH Auger )
EffectiveIntrinsicDensity ( NoBandGapNarrowing )
Fermi
}

```

```

# ----- Определение физики для каждой области прибора -----
Physics (region="pbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="nbulk") { MoleFraction(xfraction=0.28) }
Physics (region="psch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="nsch") { MoleFraction(xfraction=0.09) }
Physics (region="barr") { MoleFraction(xfraction=0.09) }

# ----- Квантовая яма -----
Physics (region="qw1") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active
}
Physics (region="qw2") {
MoleFraction( xfraction = 0.8 Grading=0.00 )
Active
}
}
# ===== Конец определения электрической сетки =====

# ===== Определение соединения приборов в электрическую цепь =====
System {
# ----- Определение прибора opt1 типа optgrid -----
optgrid opt1 ()
# ----- Определение прибора d1 типа electricaldev и соединение его с прибором opt1 -----
electricaldev d1 (p_Contact=vdd n_Contact=gnd) {Physics{OptSolver="opt1"}}
# ----- Задание начального напряжения на контактах цепи -----
Vsource_pset drive(vdd gnd){ dc=0.8 }
Set ( gnd = 0.0 )
}

# ===== Часть Solve, аналогичная случаю с простой сеткой =====
Solve {
Poisson
# --- Команды Contact и Circuit отличают эту часть от случая с простой сеткой ---
coupled { Hole Electron QWhScatter QWeScatter Poisson Contact Circuit }
coupled { Hole Electron QWhScatter QWeScatter Poisson Contact Circuit PhotonRate }
quasistationary (
# ----- Определение размеров шага, аналогичное случаю с простой сеткой -----
InitialStep = 0.001
MaxStep = 0.05
Minstep = 1e-5
# ----- Сохранение виртуальных переменных, аналогичное случаю с простой сеткой -----
Plot { Range=(0,1) Intervals=1 }
PlotGain { range=(0,1) intervals=5 }
PlotGainPara { range=(1.22,1.32) intervals=150 }
SaveOptField { Range=(0,1) Intervals=1 }
# ----- Синтаксис задания конечного напряжения отличается от случая с простой сеткой ---
Goal { Parameter=drive.dc Value=1.6 }}
{
# ----- Итерации Гуммеля, аналогичные случаю с простой сеткой -----
Plugin (BreakOnFailure) {
Coupled { Electron Hole Poisson Contact Circuit
QWeScatter QWhScatter PhotonRate }
Optics
Wavelength
}
}
}

```

Рассмотренный пример использует ту же структуру прибора, что и предыдущий. Поэтому пользователь может сравнить результаты моделирования, проведенного с использованием простой и двойной сетки. Наиболее существенные особенности и отличия последнего примера от предыдущего заключаются в следующем:

- Оптическая и электрическая сетки могут иметь разную физику в одинаковых областях прибора, но структурное определение этих областей должно быть одинаковым. Это является гарантией того, что интерполяция параметров и переменных между этими двумя сетками будет правильной. В рассмотренном примере, например, электрический и оптический «приборы», объединенные в электрическую цепь, имеют одинаковые области (pbulk, nbulk, psch, nsch и т.д.) и различаются только размерами сеток.

- Контроль моделирования физики лазера в приведенном примере включает в себя еще и определение электрической сетки (или прибора). Ключевое слово, определяющее электрическую сетку (или прибор) – Dessis. Команда OpticalDevice определяет оптическую сетку.

- В разделе System устройство opt1 определяется как прибор типа optgrid, а устройство d1 – как прибор типа electricaldev. Затем оптическое устройство с названием opt1 соединяется в электрическую цепь с электрическим прибором d1 с использованием команды OptSolver = "opt1". Кроме того, в этой электрической цепи контакты p_Contact и n_Contact электрического прибора получают новые имена: vdd и gnd соответственно.

- В разделе Solve ключевые слова Contact и Circuit, употребляемые вместе, позволяют быть уверенным в том, что между оптическим и электрическим устройствами электрической цепи будет достигнуто полное соответствие.

3.4 Вывод результатов моделирования

3.4.1 Вывод результатов моделирования при помощи программы Inspect

Если в разделе File командного файла Dessis определена опция Current = "current", Dessis в конце каждого шага моделирования формирует выходной файл с текущими результатами. Этот файл (current_des.plt) содержит следующие переменные, рассматриваемые как функции напряжения:

- Time [s]
- p_Contact – OuterVoltage [V], InnerVoltage [V], DisplacementCurrent, eCurrent, hCurrent, Charge, и TotalCurrent [A]
- n_Contact – содержит те же переменные, что и p_Contact
- Mode0 – TotalPower [W], PowerLeft, PowerRight, OpticalGain [1/cm], OpticalLoss [1/cm], SpontEmission [1/cm], Wavelength [nm], EffectiveIndex, OptConfinementFactor

Эти переменные могут быть представлены в виде графиков при помощи программы Inspect. Например, определяя вывод данных p_Contact → TotalCurrent по оси x , Mode0 → TotalPower по левой оси y и p_Contact → OuterVoltage по правой оси y , можно получить ваттамперную и вольтамперную характеристики лазерного диода, представленные на рисунке 3.4.

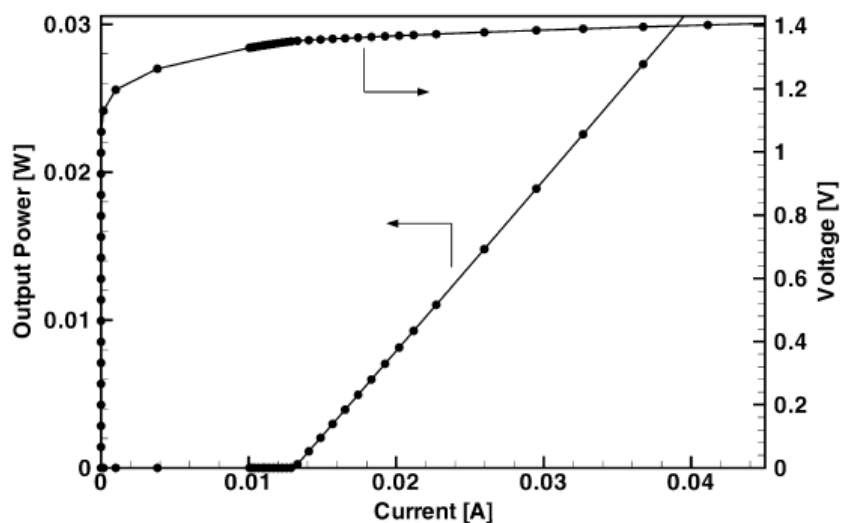


Рисунок 3.4 – Ваттамперная и вольтамперная характеристики лазерного диода, построенные при помощи программы Inspect.

Для автоматизации процесса построения графиков при помощи программы Inspect можно использовать скрипты, размещаемые в командном файле Inspect (как правило, ins.cmd). Этот файл, как и командный файл Dessis, является обычным текстовым файлом.

3.4.2 Вывод результатов моделирования при помощи программы Tecplot-ISE

Если в разделе File командного файла Dessis определена опция Plot = "plot", Dessis в конце моделирования формирует графический файл данных. Этот файл (plot_des.dat) содержит графические переменные, определённые пользователем в разделе Plot, значения которых выводятся в формате DF-ISE для каждого узла используемой при моделировании сетки. Имена графических переменных обычно являются значимыми, чтобы облегчить возможность их идентификации. Кроме стандартных графических переменных Dessis (подробнее об этом см. руководство Sentauros TCAD [92]), команда Laser, присутствующая в командном файле, позволяет дополнительно вывести следующие, специфичные для лазерного моделирования переменные:

- LaserIntensity – Суммарная интенсивность лазера, работающего в многомодовом режиме.
- Dielectric – Профиль диэлектрической проницаемости.
- RefractiveIndex – Профиль коэффициента преломления.
- MatGain – Локальный коэффициент усиления материала.
- QWeDensity, QWhDensity – Плотность состояний электронов и дырок в КЯ.
- QWeQuasiFermi, QWhQuasiFermi – Квазиуровень Ферми электронов и дырок в КЯ.
- OpticalIntensityMode0...9 – Оптическая интенсивность каждой лазерной моды от mode0 до mode9.
- OpticalPolarizationAngleMode0...9 – Направление вектора оптической поляризации для каждой лазерной моды от mode0 до mode9.

Открывая (одновременно) исходный файл сетки (*.grd) и файл с графическими данными (plot_des.dat) в программе Tecplot-ISE, пользователь может визуализировать полученные в ходе моделирования результаты. В качестве примера на рисунке 3.5 представлен результат визуализации в Tecplot-ISE графической переменной LaserIntensity.

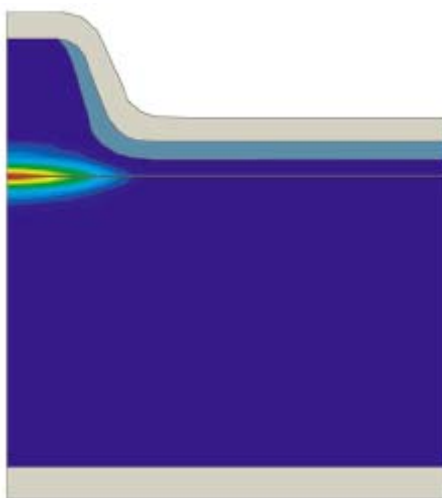


Рисунок 3.5 – Двумерный контурный график интенсивности лазерного излучения, построенный при помощи программы Tecplot-ISE.

В дополнение к этому существует список команд, которые пользователь может включить в командный файл Dessis, чтобы получить специальные выходные файлы, позволяющие исследовать:

- Gain curves – Графики зависимости коэффициента усиления от энергии при различных значениях напряжения.
- Band structure plots – Графики зонной структуры и волновые функции в области КЯ.
- Far-field plots – Дальнее поле при различных значениях напряжения.
- Optical field vector and intensity – Оптическую интенсивность при различных значениях напряжения и т.д.

Подробнее об этих выходных файлах можно прочитать в руководстве Sentaurus TCAD [92] компании Synopsys.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За свою более чем сорокалетнюю историю полупроводниковые лазеры прошли многочисленные этапы развития и усовершенствования и стали самыми массовыми из современных лазеров. Расширился набор лазерных полупроводников, пригодных для перекрытия широкого диапазона электромагнитного спектра (от УФ до дальнего ИК), повысилось качество лазерных материалов (бездислокационные кристаллы). Существенный прогресс был достигнут в области технологии полупроводниковых структур (новые эпитаксиальные технологии выращивания гетероструктур), позволяющей в настоящее время контролировать рост моноатомных слоев и квантовых точек. Благодаря этим успехам пороговую плотность тока лазерных диодов при комнатной температуре удалось снизить примерно в $10^3 - 10^4$ раз, а ресурс их работы увеличить от считанных секунд, характерных для первых лазеров, до миллионов часов, которые являются нормой для лазеров современных.

Достижение пороговой плотности тока менее 1 кА/см^2 при комнатной температуре раскрыло широчайшие перспективы практического использования лазерных диодов и послужило поворотным моментом в их производстве. Дальнейшее снижение пороговых токов и повышение эффективности полупроводниковых лазеров способны открыть новые области их применения, такие, например, как лазерные био- и нанотехнологии. Однако движение в этом направлении существенно осложняется тем, что экспериментальные исследования связаны с серьёзными затратами времени и средств, а теоретические неизбежно упираются в необходимость использования упрощенных математических моделей в силу многообразия взаимосвязанных явлений и процессов, которые протекают в реальных приборах. Решением этой проблемы могут стать исследования полупроводниковых лазеров, основанные на методах компьютерного моделирования.

Компьютерное моделирование физических процессов давно уже превратилось в отдельную область физики, по результативности не уступающей таким традиционным областям, как физика экспериментальная и теоретиче-

ская. При этом наиболее прогрессивными методами компьютерного моделирования в последние годы становятся методы имитационного моделирования физических явлений при помощи специализированных компьютерных программ, основанных на последних достижениях науки и технологии. К числу таких программ относится и программная среда Sentaurus TCAD компании Synopsys.

Как показано в настоящей монографии, пакет Sentaurus TCAD достаточно прост в обращении и вместе с тем является мощным средством приборно-технологического моделирования, которое позволяет исследовать не только лазеры, но и другие полупроводниковые приборы. Использование этого пакета для изучения работы инжекционных лазеров вполне способно привести к быстрому решению проблемы оптимизации их конструкции и понижения пороговой плотности тока лазерной генерации. В свою очередь, решение этой проблемы позволит решить фундаментальную научную проблему повышения эффективности преобразования электрической энергии в энергию когерентного лазерного излучения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Басов Н.Г., Крохин О.Н., Попов Ю.М. Получение состояний с отрицательной температурой p - n -переходов вырожденных полупроводников // ЖЭТФ. 1961. Т.40. №6. С.1879.
2. Hall R.N., Fenner G.E., Kingsley J.D., Soltys T.J., Carlson R.O. Coherent light emission from GaAs junctions // Phys. Rev. Lett. 1962. V.9. P.366.
3. Nathan M.I., Dumke W.P., Burns G., Dill F.H., Lasher G.I. Stimulated emission of radiation from GaAs p - n junctions // Appl. Phys. Lett. 1962. V.1. P.62-64.
4. Holonyak N., Bevacqua S.F. Coherent (visible) light emission from Ga(As_{1-x}P_x) junctions // Appl. Phys. Lett. 1962. V.1. P.82-83.
5. Quist T.M., Rediker R.H., Keyes R.J., Krag W.E., Lax B., McWhorter A.L., Zeiger H.J. A proposed class of heterojunction injection lasers // Appl. Phys. Lett. 1962. V.1. P.91.
6. Алферов Ж.И., Казаринов Р.Ф. Полупроводниковый лазер с электрической накачкой. – Авторское свидетельство №181737 по заявке №950840 с приоритетом от 30 марта 1963 г.
7. Kroemer H. A Proposed Class of Heterojunction Injection Lasers // Proc. IEEE. 1963. V.51. P.1782-1783.
8. Hayashi I., Panish M.B., Foy P.W. A Low-Threshold Room-Temperature Injection Laser // IEEE J. Quant. Electron. 1969. QE5(4). P.211.
9. Kressel H., Nelson H. Close-Confinement Gallium Arsenide PN Junction Lasers with Reduced Optical Loss at Room Temperature // RCA Review. 1969. V.30. N.1.
10. Алферов Ж.И., Андреев В.М., Портной Е.Л., Трухан М.К. Инжекционные лазеры на основе гетеропереходов в системе AlAs-GaAs с низким порогом генерации при комнатной температуре // ФТП. 1969. №3. С.1328-1332.
11. Алферов Ж.И., Андреев В.М., Гарбузов Д.З. и др. Исследование влияния параметров гетероструктуры в системе AlAs-GaAs на пороговый ток лазеров и получение непрерывного режима генерации при комнатной температуре // ФТП. 1970. Т.4. С.1826-1829.

12. Hayashi I., Panish M.B., Foy P.W., Sumski S. Junction lasers which operate continuously at room temperature // Appl. Phys. Lett. 1970. V.17. P.109-111.
13. Елисеев П.Г. Полупроводниковые лазеры – от гомопереходов до квантовых точек // Квантовая электроника. 2002. Т.32. С.1085.
14. Басов Н.Г., Елисеев П.Г., Попов Ю.М. Полупроводниковые лазеры // УФН. 1986. Т.148. Вып.1. С.35-53.
15. Кейси Х., Паниш М. Лазеры на гетероструктурах. – М.: Мир, 1981.
16. Елисеев П.Г. Введение в физику инжекционных лазеров. – М.: Наука, 1983. - 294 с.
17. Грибковский В.П. Полупроводниковые лазеры. – Минск: Изд-во Университетское, 1988. – 304 с.
18. Singh J. Semiconductor optoelectronics. Physics and technology. – N.Y.: McGraw-Hill, 1995.
19. Semiconductor Nanostructures for Optoelectronic Applications / Steiner T. (Ed.) – Boston: Artech House, 2004.
20. Martinez-Duart J.M., Martin-Palma R.J., Agullo-Rueda F. Nanotechnology for microelectronics and optoelectronics. – Elsevier. 2006.
21. Лебедев А.И. Физика полупроводниковых приборов. – М.: Физматлит, 2008. - 488 с.
22. Electro-optics handbook / R.W. Waynant, M.N. Ediger (Eds.). – N.Y.: McGraw-Hill, 2000.
23. Weber M.J. Handbook of Lasers. – University of California, 2001.
24. Kressel H, Lockwood H.F., Hawrylo F.Z. Low-Threshold LOC GaAs Injection Lasers // Appl. Phys. Lett. 1971. V.18. P.43.
25. Panish M.B., Casey H.C., Sumski S., Foy P.W. Reduction of threshold current density in GaAs-Al_xGa_{1-x}As heterostructure lasers by separate optical and carrier confinement // Appl. Phys. Lett. 1973. V.22. P.590.
26. Thompson G.H.B., Kirkby P.A. (GaAl)As lasers with a heterostructure for optical confinement and additional heterojunctions for extreme carrier confinement // IEEE J. Quant. Electron. 1973. QE9. P.311.

27. Cho A.Y., Dixon R.W., Casey H.C., Hartman R.L. Continuous room-temperature operation of GaAs-Al_xGa_{1-x}As double-heterostructure lasers prepared by molecular-beam epitaxy // Appl. Phys. Lett. 1976. V.28. P.501.
28. Dupuis R.D., Dapkus P.D., Holonyak N., Rezek E.A., Chin R. Room-temperature laser operation of quantum-well Ga_{1-x}Al_xAs-GaAs laser diodes grown by metalorganic chemical vapor deposition // Appl. Phys. Lett. 1978. V.32. P.295.
29. Dupuis R.D., Dapkus P.D., Holonyak N., Kolbas R.M. Continuous room-temperature multiple-quantum-well Al_xGa_{1-x}As-GaAs injection lasers grown by metalorganic chemical vapor deposition // Appl. Phys. Lett. 1979. V.35. P.487.
30. Tsang W.T. A graded-index waveguide separate-confinement laser with very low threshold and a narrow Gaussian beam // Appl. Phys. Lett. 1981. V.39. P.134-136.
31. Tsang W.T. Extremely low threshold (AlGa)As graded-index waveguide separate-confinement heterostructure lasers grown by molecular-beam epitaxy // Appl. Phys. Lett. 1982. V.40. P.217.
32. Hersee S.D., Baldy M., Assenat P., DeCremoux B., Duchemin J.P. Low-threshold GRIN-SCH GaAs/GaAlAs laser structure grown by OM VPE // Electron. Lett. 1982. V.18. P.870.
33. Hsieh J.J., Rossi J.A., Donnelly J.P. Room-temperature cw operation of GaInAsP/InP double-heterostructure diode lasers emitting at 1.1 μm // Appl. Phys. Lett. 1976. V.28. P.709.
34. Asada M., Adams A.R., Stubkjaer K.E., Suematsu Y., Itaya Y., Arai S. The temperature dependence of the threshold current of GaInAsP/InP DH lasers // IEEE J. Quantum Electron. 1981. QE17. P.611–619.
35. Ikeda M., Mori Y., Sato H., Kaneko K., Watanabe N. Room-temperature continuous-wave operation of an AlGaInP double heterostructure laser grown by atmospheric pressure metalorganic chemical vapor deposition // Appl. Phys. Lett. 1985. V.47. P.1027.
36. Kobayashi K., Kawata S., Gomto A., Hino I., Suzuki T. Room-temperature CW operation of AlGaInP double-heterostructure visible lasers // Electron. Lett. 1985. V.21. P.931.

37. Haase M.A., Qiu J., DePuydt J.M., Cheng H. Blue Green diodes // Appl. Phys. Lett. V.59. 1991. P.1272-1274.
38. Jeon H., Ding J., Patterson W., Nurmikko A.V., Xie W., Grillo D.C., Kobayashi M., Gunshor R.L. Blue-Green Injection Laser Diodes in (Zn,Cd)Se/ZnSe Quantum Wells // Appl. Phys. Lett. 1991. V.59. P.3619.
39. Akasaki I., Amano H., Sota S., Sakai H., Tanaka T., Koike, M. Stimulated Emission by Current Injection from an AlGaIn/GaN/GaInN Quantum Well // Jpn. J. Appl. Phys. 1995. V.34, P. L1517–L1519.
40. Nakamura S., Senoh M., Nagahama S., Iwasa N., Yamada T., Matsushita T., Kiyoku H., Sugimoto Y. InGaIn-Based MultiQuantum-Well-Structure Laser Diodes // Jpn. J. Appl. Phys. L. 1996. V.35, P.74–76.
41. Gunshor R.L., Nurmikko A.V. Blue-Laser CD Technology // Scientific American. 1996. V.275. №1. P.48-51.
42. Nakamura S., Fasol G. The Blue Laser Diode. - Berlin: Springer Verlag, 1997.
43. Semiconductor Lasers. II. Materials and Structures / Ed. E.Kapon. - San Diego: Acad. Press, 1999.
44. Hoehnsdorf F., Koch J., Leu S., Stolz W., Borchert B., Druminsk M. Reduced threshold current densities of (GaIn)(NAs)/GaAs single quantum well lasers for emission wavelengths in the range 1.28-1.38 μ m // Electron. Lett. 1999. V.35. N.7. P.571.
45. Livshits D.A., Egorov A.Yu., Riecher H. 8W continuous wave operation of InGaAsN lasers at 1.3 μ m // Electron. Lett. 2000. V.36. N.16. P.1381-1382.
46. Morkoz H. Nitride Semiconductors and Devices, - Verginia: Springer Verlag, 2006. - 1000 p.
47. Yamada M., Anan T., Tokutome K., Kamei A., Nishi K., Sugou S. Low-threshold operation of 1.3- μ m GaAsSb quantum-well lasers directly grown on GaAs substrates // IEEE Photonics Technol. Lett. 2000. V.12. P.774–776.
48. Zhao X.W., Komuro S., Isshiki H., Aoyagi Y., Sugano T. Fabrication and stimulated emission of Er-doped nanocrystalline Si waveguides formed on Si substrates by laser ablation // Appl. Phys. Lett. 1999. V.74. P.120–122.

49. Bresler M.S., Gusev O.B., Terukov E.I., Yassievich I.N., Zakharchenya B.P., Emelyanov V.I., Kamenev B.P., Kashkarov P.K., Konstantinova E.A., Timoshenko V.Yu. Stimulated emission in erbium-doped silicon structures under optical pumping // Mater. Sci. Eng. B. 2001. V.81. P.52.
50. Елисеев П.Г., Гастев С.В., Коизуми А., Фудживара Ю., Такеда Я. Вынужденное излучение GaAs:Er,O на длине волны 1538 нм // Квантовая электроника. 2001. Т.31. №11. С.962–964.
51. Han H.-S., Seo S.-Y., Shin J.H. Optical gain at 1,54 mkm in erbium-doped silicon nanocluster sensitized waveguide // Appl. Phys. Lett. 2001. V.79. P.4568-4570.
52. Boberl M., Heiss W., Schwarzl T., Wiesauer K., Springholz G. Midinfrared continuous-wave photoluminescence of lead-salt structures up to temperatures of 190°C // Appl. Phys. Lett. 2003. V.82. №23. P.4065-4067.
53. Furst J., Pascher H., Schwarzl T., Boberl M., Springholz G., Bauer G., Heiss W. Continuous-wave emission from midinfrared IV-VI vertical-cavity surface-emitting lasers // Appl. Phys. Lett. 2004. V.84. №17. P.3268–3270.
54. Eibelhuber M., Schwarzl T., Springholz G., Heiss W. Lead salt micro-disk lasers operating in continuous wave mode at 5.3 μm wavelength // Appl. Phys. Lett. 2009. V.94. P.21118-21121.
55. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. – М.: Наука, 1990. – 688 с.
56. Фистуль В.И. Введение в физику полупроводников. – М.: Высшая школа, 1984. – 352 с.
57. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. – М.: «Советское радио», 1971.
58. Панков Ж. Оптические процессы в полупроводниках. – М.: Мир, 1973. – 456 с.
59. Мосс Т., Баррел Г., Эллис Б. Полупроводниковая оптоэлектроника. – М.: Мир, 1976. – 432 с.
60. Van Roosbroeck W., Shockley W. Radiative recombination of electrons and holes in Ge // Phys. Rev. 1954. V.94. P.1558.

61. Берг А., Дин П. Светодиоды. – М.: Мир, 1979. – 688 с.
62. Lasher G., Stern F. Spontaneous and stimulated recombination radiation in semiconductors // Phys. Rev. A. 1964. V.133. P.553.
63. Милнс А., Фойхт Д. Гетеропереходы и переходы металл-полупроводник. – М.: Мир, 1975. – 432 с.
64. Алферов Ж.И., Андреев В.М., Казаринов Р.Ф., Портной Е.Л., Су-рис Р.А. Полупроводниковый оптический квантовый генератор. – Авт. свид. №392875 по заявке №1677436 с приоритетом от 19 июля 1971 г.
65. Nakamura M., Yariv A., Yen H.W., Somekh S., Garvin H.L. Optically pumped GaAs surface laser with corrugation feedback // Appl. Phys. Lett. 1973. V.22. P.315.
66. Scifres D.R., Bumham R.D., Strcifer W. Distributed feedback single he-terojunction GaAs diode laser // Appl. Phys. Lett. 1974. V.25. P.203.
67. Алферов Ж.И., Гуревич С.А., Казаринов Р.Ф. и др. // ФТП. 1974. Т.8. С.832.
68. Yang G.M., MacDougal M.H., Dapkus P.D. Ultralow threshold current vertical-cavity surface-emitting lasers obtained with selective oxidation // Electron. Lett. 1995. V. 31. P. 886.
69. Soda H., Iga K., Kitahara C, Suematsu Y. GaInAsP/InP surface emitting injection lasers // Jap. J. Appl. Phys. 1979. V.18. P.2329–2330.
70. Alferov Zh.I. The double heterostructure concept and its applications in physics, electronics, and technology // Rev. Mod. Phys. 2001. V.73. No.3. P.767–782.
71. Асрян Л.В., Сурис Р.А. Теория пороговых характеристик полупро-водниковых лазеров на квантовых точках. Обзор // ФТП. 2004. Т.38. Вып.1. С.3–25.
72. Arakawa Y., Sakaki H. Multidimensional quantum well laser and tem-perature dependence of its threshold current // Appl. Phys. Lett. 1982. V.40. P.939–943.
73. Kapon E., Hwang D.M., Bhat R. Stimulated Emission in Semiconductor Quantum Wire Heterostructures // Phys. Rev. Lett. 1989. V.63. P.430–433.

74. Wohlert D.E., Chou S.T., Chen A.C., Cheng K.Y., Hsieh K.C. Observation of temperature-insensitive emission wavelength in GaInAs strained multiple-quantum-wire heterostructures // Appl. Phys. Lett. 1996. V.68. P.6.

75. Goldstein L., Glas F., Marzin J. Y., Charasse M. N., Le Roux G. Growth by molecular beam epitaxy and characterization of InAs/GaAs strained-layer superlattices // Appl. Phys. Lett. 1985. V.47. № 10. P.1099–1101.

76. Leonard D., Krishnamurthy M., Reaves C.M., Denbaars S.P., Petroff P.M. Direct formation of quantum-sized dots from uniform coherent islands of InGaAs on GaAs surfaces // Appl. Phys. Lett. 1993. V.63. №23. P.3203–3205.

77. Shchukin V.A., Ledentsov N.N., Kop'ev P.S., Bimberg D. Spontaneous ordering of arrays of coherent strained islands // Phys. Rev. Lett. 1995. V.75. P.2968–2972.

78. Леденцов Н.Н., Устинов В.М., Щукин В.А., Копьев П.С., Алфёров Ж.И., Бимберг Д. Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры // ФТП. 1998. Т.32. №4. С.385–410.

79. Леденцов Н.Н., Устинов В.М., Егоров А.Ю., Жуков А.Е., Максимов М.В., Табатадзе И.Г., Копьев П.С. Оптические свойства гетероструктур с квантовыми кластерами InGaAs-GaAs // ФТП. 1994. Т.28. № 8. С.1483–1487.

80. Kirstaedter N., Ledentsov N.N., Grundmann M. et al. Low threshold, large T_0 injection laser emission from (InGa)As quantum dots // Electron. Lett. 1994. V.30. P.1416–1418.

81. Алфёров Ж.И., Бимберг Д., Егоров А.Ю. и др. Напряженные субмонослойные гетероструктуры и гетероструктуры с квантовыми точками // УФН. 1995. Т.165. С.224.

82. Faist J., Capasso F, Sivco D.L. et al. Quantum Cascade Laser // Science. 1994. V.264. P.553–556.

83. Taylor G.W. Theory of operation of the quantum-well injection laser without k selection // J. Appl. Phys. 1991. V.70. No.5. P.2508–2535.

84. Taylor G.W., Claisse P.R. Transport Solutions for the SCH Qantum-Well Laser Diode // IEEE. J. of Quantum Electronics. 1995. V.31. No.12. P.2133–2141.

85. Taylor G.W., Shao Jin Revisions to Transport Solutions for the SCH Quntum-Well Laser Diode // IEEE. J. of Quantum Electronics. 1998. V.34. No.10. P.1886–1889.
86. Kaduki K.A. Non-Square Quantum Well Growth For Reduced Threshold Current in Tensilely Strained Lasers Operating at 1.52 μm // AJST. 2001. V.2. No.1. P.11–18.
87. Asryan L.V., Luryi S. Effect of Internal Optical Loss on Threshold Characteristics of Semiconductor Lasers With a Quantum-Confined Active Region // IEEE. J. of Quantum Electronics. 2004. V.40. No.7. P.833–843.
88. Belenky G.L., Donetsky D.V., Reynolds C.L., Kazarinov R.F., Shtengel G.E., Luryi S., Lopata J. Temperature Performance of 1.3- μm InGaAsP–InP Lasers with Different Profile of p-Doping // IEEE. Phot. Tech. Lett. 1997. V.9. No.12. P.1558–1560.
89. Garbuzov D.Z., Lee H., Khalfin V., Martinelli R., Connolly J. C., Belenky G.L. 2.3–2.7- μm Room Temperature CW Operation of InGaAsSb–AlGaAsSb Broad Waveguide SCH-QW Diode Lasers // IEEE. Phot. Tech. Lett. 1999. V.11. No.7. P.794–796.
90. Mashoshina O.V., Sukhoivanov I.A., Lysak V.V. QW composition design for low threshold current sensitivity in strained mid-IR QW lasers // SPIE International Symp. "Photonics West'2005". San Jose, California, USA, January 22–27. 2005.
91. Jae-Ho Han, Park S.-W. Effect of crystal thickness of separate confinement heterostructure layers on 1.55- μm loss-coupled DFB laser characteristics // Cryst. Res. Technol. 2007. V.42. No.7. P.707 – 712.
92. Sentaurus TCAD User Guide, - Synopsys, 2005.
93. Тумковский С.Р. Сервер Spice. Первое знакомство, - М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2001.
94. Antognetti P., Massobrio G. Semiconductor device modeling with SPICE, - New York: McGraw-Hill, 1993.
95. Haken H. Light. V. 2: Laser Light Dynamics. – Amsterdam: North-Holland Physics Publishing, 1985. 336 p. – P. 99.

96. Henry C.H. Theory of Spontaneous Emission Noise in Open Resonators and its Application to Lasers and Optical Amplifiers // Journal of Lightwave Technology. 1986. V.4. No.3. P. 288-297.
97. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.Л. Теория волн. – М.: Наука, 1990. 432 с.
98. Chang W.S.C. Principles of Lasers and Optics. – Cambridge University Press, 2005. 247 p.
99. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. – М.: Наука, 1990. 264 с.
100. Короленко П.В. Оптика когерентного излучения. – М.: Изд-во Московского университета, 1997. 155 с.
101. Rajkanan K., Singh R. and Shewchun J. Absorption Coefficient Of Silicon For Solar Cell Calculations // Solid State Electronics. 1979. V.22. P.793–795.
102. Coldren L.A., Corzine S.W. Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits. – Wiley Series, 1995.
103. Grupen M., Hess K. Simulation of Carrier Transport and Nonlinearities in Quantum Well Laser Diodes // IEEE. Journal of Quantum Electronics. 1998. V.34. N1. P.120–140.
104. Li Z.M., Dion M., McAlister S.P., Williams R.L. and Aers G.C. Incorporation of Strain Into a Two-Dimensional Model of Quantum-Well Semiconductor Lasers // IEEE. Journal of Quantum Electronics. 1993. V.29. N2. P.346–354.
105. Chuang S.L. Physics Of Optoelectronic Devices, - Wiley Series. 1995.
106. Eppenga R., Schuurmans M.F.H., Colak S. New k.p theory for GaAs/Ga(1-x)Al(x)As-type quantum wells // Phys. Rev. B. 1987. V.36. No.3. P.1554–1564.
107. Chuang S.L., Chang C.S. A band-structure model of strained quantum-well wurtzite semiconductors // Semiconductor Science and Technology. 1997. V.12. No.3. P.252–263.